

# **Modellierung und Simulation des Halbleiterscheibenlasers**

von Dr.-Ing. Thomas Kübler  
Universität Stuttgart



Herbert Utz Verlag · Wissenschaft  
München

Als Dissertation genehmigt  
von der Fakultät für Konstruktions-, Produktions- und Fahrzeugtechnik  
der Universität Stuttgart

Hauptberichter: Prof. Dr. phil. nat. habil. Thomas Graf  
Mitberichter: Prof. Dr. rer. nat. habil. Ortwin Hess  
(University of Surrey, United Kingdom)

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek  
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation  
in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische  
Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Zugleich: Dissertation, Stuttgart, Univ., 2009

D 93

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch  
begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung,  
des Nachdrucks, der Entnahme von Abbildungen, der  
Wiedergabe auf fotomechanischem oder ähnlichem  
Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungs-  
anlagen bleiben – auch bei nur auszugsweiser Verwen-  
dung – vorbehalten.

Copyright © Herbert Utz Verlag GmbH 2009

ISBN 978-3-8316-0918-5

Printed in Germany

Herbert Utz Verlag GmbH, München  
Tel.: 089-277791-00 · [www.utzverlag.de](http://www.utzverlag.de)

## Kurzfassung

Lasersysteme und deren Anwendungen sind aus dem heutigen Leben, ob im privaten, industriellen oder medizinischen Umfeld, nicht mehr wegzudenken. Infolge dieser breiten Anwendungsmöglichkeiten besteht der Wunsch nach kostengünstigen und effizienten Laserquellen mit guter Strahlqualität.

Für Bereiche wie z.B. die Spektroskopie oder Projektionssysteme scheint der Halbleiterscheibenlaser ein geeignetes System zu sein.

Wie beim Festkörper-Scheibenlaser besteht auch bei diesem System die aktive Zone aus einer dünnen Scheibe, welche jedoch aus periodisch angeordneten, durch Spacerschichten separierten Quantenfilmen, den eigentlich laseraktiven Zonen, aufgebaut ist. Auf der Rückseite dieser Scheibe ist ein Bragg-Spiegel epitaktisch aufgewachsen, welcher zusammen mit dem Auskoppelspiegel den Laserresonator bildet. Der Halbleiterscheibenlaser eignet sich hervorragend für die Frequenzverdopplung, da er durch die geringe Auskopplung eine hohe resonatorinterne Leistungsdichte hat. Im Zusammenspiel mit dem möglichen Wellenlängendesign über die Quantenfilme lassen sich somit frequenzverdreifachte, gepulste Festkörpersysteme in der Spektroskopie durch frequenzverdoppelte Halbleitersysteme ersetzen.

Der Halbleiterscheibenlaser, als optisch angeregter Oberflächenemitter hat, gegenüber den herkömmlichen, über die Spacer gepumpten VECSEL den Vorteil, dass die Pumpstrahlung direkt in den Quantenfilmen absorbiert wird, wodurch sich der Wärmeeintrag in die aktive Zone infolge des deutlich reduzierten Quantendefekts verringern lässt. Dieser Vorteil wird mit einem höheren Aufwand bei Design und Prozessierung der Scheibe erkauft. Durch die deutliche Reduktion der Absorptionslängen sind auch für die Pumpstrahlung Resonanzeigenschaften zu berücksichtigen.

Im Rahmen dieser Arbeit werden Modelle zur Simulation des Lasersystems entwickelt. Insbesondere wird der Pumpvorgang genauer beleuchtet und die Resonanzeigenschaften der Scheibe durch eine weitere Ratengleichung berücksichtigt. Es wird gezeigt unter welchen Voraussetzungen es für nulldimensionale und radiale Betrachtungen ausreichend ist, die stationäre Lösung für die Pumpatengleichung zu verwenden.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Kurzfassung</b>	<b>5</b>
<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>7</b>
<b>Symbole</b>	<b>11</b>
<b>Extended Abstract</b>	<b>17</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>23</b>
1.1 Anforderungen . . . . .	23
1.2 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit . . . . .	25
<b>2 Das Konzept</b>	<b>27</b>
2.1 Optisch gepumpte Oberflächenemitter . . . . .	28
2.2 Halbleiterscheibenlaser . . . . .	32
<b>3 Nulldimensionales Modell</b>	<b>35</b>
3.1 Modellansatz . . . . .	35
3.2 Gainfunktion . . . . .	38
3.3 Iso-Dichten . . . . .	39
3.4 Notwendige Erweiterungen . . . . .	40
<b>4 Confinementfaktoren</b>	<b>43</b>
4.1 Definition der $\Gamma$ -Faktoren . . . . .	43
4.2 Confinement von Oberflächenemittern . . . . .	44
4.2.1 Confinement eines VCSEL's . . . . .	45
4.2.2 Confinement des Halbleiterscheibenlasers . . . . .	46
4.2.3 Die Bedeutung von $\Gamma_{\Delta}$ . . . . .	50
4.2.4 Ankopplung einzelner Quantenfilme . . . . .	51
<b>5 Transfermatrixmethode</b>	<b>53</b>
5.1 Darstellung der Methode . . . . .	53
5.2 Rechts- und linkslaufende Welle . . . . .	54
5.3 Die Transfermatrix . . . . .	54

5.4	Die Propagationsmatrix . . . . .	56
5.5	Die Anwendung . . . . .	56
5.6	Die Verwendung der Methode für den Halbleiterscheibenlaser . . . . .	57
<b>6</b>	<b>Modelle</b>	<b>59</b>
6.1	Multimode - Nulldimensional . . . . .	59
6.2	Longitudinale Erweiterung . . . . .	60
6.2.1	Effektive Gainfunktion . . . . .	62
6.2.2	Deutung der Erweiterung . . . . .	64
6.3	Radiale Erweiterung . . . . .	65
6.3.1	Motivation des Ansatzes . . . . .	66
6.3.2	Resonatorquelle $S_r$ . . . . .	68
6.3.3	Deutung der Resonatorquelle . . . . .	69
6.3.4	Die Verteilungsfunktion $v_r$ . . . . .	71
6.4	Kombination der Erweiterungen . . . . .	72
<b>7</b>	<b>Pumpmodell - Quantenfilmpumpen</b>	<b>75</b>
7.1	Vorbetrachtung . . . . .	75
7.2	Das Modell . . . . .	76
7.2.1	Der Modellansatz . . . . .	76
7.2.2	Ermittlung der Confinementfaktoren . . . . .	77
7.2.3	Vorbetrachtungen zur Pumpphotonenlebensdauer . . . . .	78
7.2.4	Berechnung der Pumpphotonenlebensdauer . . . . .	81
7.3	Das longitudinal aufgelöste Pumpmodell . . . . .	82
7.4	Radiale Auflösung des Pumpvorgangs . . . . .	83
7.5	Kombination der Erweiterungen . . . . .	84
7.6	Verknüpfung mit den Ratengleichungen . . . . .	85
7.6.1	Nulldimensional . . . . .	85
7.6.2	Longitudinal . . . . .	87
7.7	Lösung der stationären Pumpmodellgleichung . . . . .	89
7.7.1	Motivation . . . . .	89
7.7.2	Berechnung einer effektiven Absorptionsfunktion $\alpha$ . . . . .	90
7.8	Transformationsverhalten des $k_p$ - Vektors . . . . .	94
<b>8</b>	<b>Vergleich Simulation - Experiment</b>	<b>99</b>
8.1	Angepasstes Modell . . . . .	99
8.2	Experimenteller Aufbau Quantenfilmpumpen . . . . .	102
8.2.1	Confinementfaktoren der Proben . . . . .	103
8.2.1.1	Ti:Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> -gepumpt . . . . .	103

---

8.2.1.2	Diodengepumpt . . . . .	105
8.2.2	Numerische Auswertung . . . . .	107
8.2.2.1	Ti:Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> -gepumpt . . . . .	108
8.2.2.2	Diodegepumpt . . . . .	109
8.3	Diodengepumpt - longitudinal aufgelöst . . . . .	112
8.3.1	Confinement . . . . .	113
8.3.2	Numerische Auswertung - Longitudinal . . . . .	114
8.4	Ti:Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> -gepumpt - radial aufgelöst . . . . .	118
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>127</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>131</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>137</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>139</b>

## Extended Abstract

Laser systems have earned their place in our everyday life. They can be found in a wide range of applications. Lasers are used in medical science, e.g. within the scope of surgery, in communication technologies for rapid data transfer, and in the field of consumer electronics, such as CD players.

Most industrial applications demand for a laser that can be manufactured at high rates and low costs. One candidate to satisfy these requirements is the semiconductor laser. This explains why they are in use in a lot of the areas mentioned above. Even in the field of machining applications, e.g. welding, diode-lasers are utilised directly or as pumping devices for thin-disk laser systems.

In science one requires lasers for different spectroscopic investigations. Thus, a laser with a wavelength that can be easily designed combined with good beam quality is of great advantage.

A structured semiconductor material composed of quantum well layers between spacer material represents a laser structure with these advantages. The system itself is tunable in wavelength by varying the thickness of the quantum wells. Such layered semiconductors are flat devices, so there are two possible setups for the lasing process with different physical characteristics. First, light can be emitted through the edges of the structure, i.e. the axis of the resonator is parallel to the planes of the quantum wells. Second, light can be sent out perpendicular to the surface of the semiconductor structure. In this case, the behaviour of the laser is also determined by the spacing of the quantum wells, because the planes formed by the quantum wells are orientated parallel to the surface of the structure. In designing a system like this, the choice of the correct thickness of the spacers is critical. It is preferable to have the maxima of the standing optical wave located at the quantum wells. Surface emitting quantum-well lasers are also called VCSELs (Vertical Cavity Surface Emitting Lasers). Both are electrically pumped systems. Edge-emitting lasers show a lower beam quality but much higher output power compared to VCSELs. To form a resonator, a common VCSEL has Bragg-mirrors with different reflectivities at bottom and top of the structure. Thus, single-mode output power of a VCSEL is limited by the shortness of the cavity. One way to achieve higher single-mode output power is to replace the out-coupling Bragg-mirror with an external mirror. This leads to an external cavity, and these systems are called VECSELs (Vertical External Cavity Surface

Emitting Lasers). With this modification, the achievable single-mode output powers are increased. Nevertheless, the electrical pumping scheme and the currents flowing through the active zone limit beam quality and lead to high thermal loads through ohmic losses. One way to get around these problems is optical instead of electrical pumping. The pump wavelength is chosen to lie above the band-edge of the spacer material. This leads to high absorption levels within the spacers even for single-pass pumping. As mentioned before, thermal rollover limits the use of VECSELs. So one option to get higher performances is the utilisation of efficient cooling techniques. The better way is to decrease the thermal load generated by the optical pumping process itself. With this approach one can achieve a comparable efficiency with less cooling effort. This can be done by decreasing the quantum defect or in other words by pushing the pumping wavelength towards the laser wavelength. The pumping concept is a major part of the so called semiconductor thin-disk laser concept.

In this disk laser approach the quantum wells are pumped directly. The pump wavelength is shorter than the laser wavelength but not short enough to induce absorption in the spacers. The disadvantage of this method lies in the small absorption values for a single-pass of the pump-radiation. One way to increase the absorbed pump power is the well known multi-pass pump-system from the thin-disk laser concept. Multi-pass results in folding the pump-ray several times over the semiconductor. It is also possible to get higher absorption values by resonant enhancement, as the semiconductor disk represents a Fabry-Pérot resonator inside the laser-cavity. The second concept is more complicated in the sense of manufacturing the semiconductor disks and needs greater efforts in designing and processing the structured layer system. Whenever semiconductors are used, one major aim is to lower costs. Due to the small pump spot size, off-resonant pumping leads to elaborate and therefore expensive optical pump system. Using only resonances to increase pump absorption, the need of high precision in processing the structure also leads to higher costs. In combining both concepts one can get equal absorption levels with reduced costs.

The total length of the active layers in a semiconductor-disk lasers is very small, this leads to small out-coupling values and a high internal energy density. Thus, the system is suitable for nonlinear optical effects such as intra-cavity frequency doubling. This increases the range of possible applications for the semiconductor disk laser system.

Optically pumped VECSELs typically employ highly absorbing spacers between the quantum wells for the generation of electron-hole pairs. Therefore, standing wave effects have to be considered only for the laser field but not for the pumping process. When using the thin-disk laser approach the absorption of pump light per single-pass is very small for a quantum-well, i.e. the amplitude damping of pump radiation is very



low considering one round-trip inside the sub-cavity. This requires the development of a standing wave also for the pumpfield. Hence, the overall pump-absorption very strongly depends on the position of the quantum wells and their match with the pumpfield antinodes.

The aim of this work was the development of sets of differential equations to describe and understand the system behaviour in more detail. Starting with the common well-known rate equations for semiconductor lasers (from now on called the zero-dimensional model), a radial and a longitudinal laser model was introduced. Especially for the longitudinal problem a new pump-model was needed taking into account the resonant periodic gain structure. With this novel model one is able to calculate the carrier generation term in the carrier density rate equation separately for each quantum well. For these calculations it was necessary to determine the so-called confinement<sup>1</sup> factor  $\Gamma$ . This was done by considering the confinement factor of an ordinary VCSEL at first. The research on this topic showed that the overall confinement is specified by two factors,  $\Gamma_{\Delta}$  and  $\Gamma_r$ , both depending on the wavelength. The first one describes the influence of the sub-cavity on the confinement, and it was possible to introduce the effective gain function  $g_{eff}$  which is valid for every well inside the considered structure. The second tells how electrical field and well are positioned relatively to each other. Combining this pump-model rate equation with the rate equations of laser field and carrier density, one can get a closed set of equations which allows to calculate all dependencies in a self-consistent way. The developed model is important for the design of high-quality structures with good characteristics for pumping and lasing at the same time. The studies on the developed pump-model showed that it can be reduced on its steady-state solution if only the zero-dimensional model has to be solved.

The calculations made with this model are in good agreement with experimental results. The considered structure consists of 13 quantum wells and was pumped with a diode-laser at a wavelength of 938 nm. For this wavelength there were great differences in the coupling values, represented by  $\Gamma_r$ , between quantum wells and the pumpfield. Therefore, for the 'good' quantum wells the carrier density rises very strongly with increasing pump power. The 'bad' ones stay at low density levels. This behaviour changes rapidly above threshold. From this point on a 'bad' one also shows an increase in the carrier density. This behaviour is caused by the build-up of lasing, by which the 'bad' quantum wells are pumped indirectly. This effect can only be calculated within a longitudinal model.

The other model implemented in this work is the radial model that takes into account the radial modal behaviour of the resonator. The aim in developing this model was to

---

<sup>1</sup>Confinement defines what amount of stored energy is interacting with the active zones.

introduce these transverse effects in the system of rate equations without doing calculations on light propagation inside the resonator-cavity, because these calculations can only be done on high-performance computers. Regarding the modal behaviour of the semiconductor thin-disk laser it is possible to qualify the lateral sources function  $S_r$  which includes the influence of the resonator into the local two-dimensional photon-density function. The model uses the introduced lateral intensity-distribution function  $v_r$ , which can be deduced from the resonator design, in combination with former system-states to calculate the sources function. In steady-state operation it is possible to map  $S_r$  on the radial photon-lifetime function which is unique for the considered value of pump-power. This lifetime represents the resonators radial behaviour inside the photon-density function, just as the 'normal' photon-lifetime specifies the system losses caused by out-coupling and internal absorption in the photon-density equation. In this way one is able to bring all resonator effects in a local equation-system without doing calculations of light propagation. Finally it is possible to sum up those two lifetimes to one effective radial photon-lifetime. The calculations for the mentioned structure were also made with this radial model. In this case the pump-source is a Ti:sapphire-laser with a wavelength of 940 nm. The pump-spot diameter was 130  $\mu\text{m}$ , the pumpfield distribution was a higher-order Gaussian distribution (from now called Super-Gauß). There are two different lasing-mode distribution functions considered for the calculations. The first one is a Gauß-distribution with the same order as the pumpfield. The second one is a pure Gauß-distribution. The diameter of the lasing-mode is set to 115  $\mu\text{m}$  for both. The calculations on these two different setups showed the expected behaviour.

1. The pure Gauß with its gentle tails leads to a high energy transfer rate to the areas outside the pump-spot. This results in higher threshold values compared with the multi-mode setup.
2. Different sizes of pump-spot and lasing-mode and/or different distribution functions lead to reduced slope values. In the case of the pure Gauß-distribution the reduction was slightly smaller.
3. The calculated values for the Super-Gauß fit very well with the corresponding experimental results of the multi-mode designed laser system.

The deduced model is able to describe the radial behaviour of semiconductor thin-disk laser without performing complicated and extensive calculations. In this sense it is a simple model.

In summary, the major aims of this work are accomplished. Two new models are developed to understand the diode-laser system in more detail. The first model, the longitudinal model is able to simulate the interactions between pumpfield and lasing-mode

with several quantum wells. Therefore, it can play an important role in designing new structures that fit laser- and pumpfield at once. The radial model allows calculations on the effects of lateral modal behaviour in laser operation. Thus, both models can be used to optimise the laser system in the developing phase.

# 1 Einleitung

Halbleiterlaser eignen sich sehr gut als günstige und kompakte Laserquelle und finden deshalb Anwendungen in vielen technischen Geräten.

So werden Halbleiterlaser in Kombination mit Lichtleitern in Datenübertragungssystemen eingesetzt, im Bereich der Unterhaltungselektronik sind sie in CD- bzw. DVD-Playern zu finden, aber auch in Hochleistungsanwendungen der Materialbearbeitung sind Halbleiterlaser anzutreffen. So z.B. direkt, als Laser für das Wärmeleitungsschweißen, aber auch indirekt, als Pumpquelle des Festkörper-Scheibenlaser für Tiefschweißungen. Im zweiten Fall wird die relativ schlechte Strahlqualität des Diodenstacks über den Umweg Festkörper-Scheibenlaser gewandelt, er dient also als eine Art Qualitäts-transformator zur Verbesserung der Prozessqualität.

## 1.1 Anforderungen

Für moderne Projektionssysteme sind kompakte Strahlquellen mit guter Strahlqualität bei hoher Ausgangsleistung für brillante Bildarstellungen wünschenswert. Im Bereich der Spektroskopie wären Laserquellen mit frei wählbarer Wellenlänge, entsprechend den einzelnen spektroskopischen Anforderungen, von Vorteil. In beiden Fällen sollten die Laserquellen kostengünstig und im ersten Fall auch in Großserie herzustellen sein. Lasermaterialien, die solche Anforderungen erfüllen sind Halbleiter. Es bietet sich an hierfür Halbleitersysteme zu verwenden, die aus sehr dünnen Halbleiterschichten, den so genannten Quantenfilmen, aufgebaut sind. Bei diesen hängt die Laserwellenlänge nicht nur von den Materialeigenschaften des verwendeten Halbleiters, sondern auch von der Breite, der nur wenige nm dicken Quantenfilme ab. Im Vergleich zu Festkörpern, wie sie z.B. mit Yb:YAG in Festkörper-Scheibenlasern eingesetzt werden, bietet dieses Konzept die Möglichkeit, über Materialsauswahl und Schichtdicken die Laswellenlänge zu designen.

Da es sich prinzipiell bei diesen Laserstrukturen um flächige Systeme handelt, gibt es zwei unterschiedliche Anordnungsmöglichkeiten der Resonatorachse, in der Filmebene oder senkrecht dazu. Im ersten Fall spricht man von Kantenemittern, die Laserstrahlung tritt an den Kanten des Systems aus. Eine Leistungsskalierung ist nur über die Länge der

Kante möglich, die Folge sind stark astigmatische Strahlen, durch das große Aspektverhältnis, die in einer Ebene eine hohe Divergenz aufweisen. Im zweiten Fall handelt es sich um Oberflächenemitter, die im einfachsten Fall selbst den Resonator darstellen und oft nur die Dicke einer halben Wellenlänge haben. Die Resonatorspiegel werden durch epitaktisch gewachsene Bragg-Spiegel dargestellt. Dieser Typ von Oberflächenemitter wird auch als VCSEL bezeichnet. Im Gegensatz zum Kantenemitter besitzt der VCSEL zwar keinen störenden Astigmatismus und keine Divergenz, allerdings lassen sich durch die inhomogene Stromführung<sup>1</sup> und den kurzen Resonator nur sehr kleine Grundmodeleistungen realisieren.

Wird der Auskoppel-Bragg-Spiegel durch einen externen Spiegel ersetzt, so kann die Resonatorlänge deutlich gesteigert werden, wodurch sich das Grundmodeverhalten erheblich verbessert [4], die mit der inhomogenen Stromführung verbundenen Probleme lassen sich durch den Übergang von einem elektrisch auf ein optisch angeregtes System vermeiden [14]. Die Wellenlänge der Pumpstrahlung wird dabei so gewählt, dass sie oberhalb der Bandkante des sich zwischen den Quantenfilmen befindlichen Spacermaterials liegt. Die durch die dort absorbierte Strahlung erzeugten Ladungsträger diffundieren und driften in die Quantenfilme und stehen dort dem Laserprozess zur Verfügung. Durch die stark absorbierenden Spacer kann schon im Einfachdurchgang eine hohe Absorption erreicht werden. Die Vorteile des optisch gepumpten Systems bestehen im Fehlen von Dotierungen, die zu unerwünschten Absorptionsprozessen führen können, und der nicht vorhandenen ohmschen Wärmelast.

Für den Betrieb solcher VECSEL ist die Wärme der limitierende Faktor, weshalb geeignete Kühlkonzepte [47], aber auch die Reduktion der Wärmelast selbst, die Schlüssel für effiziente Lasersysteme sind. Durch das Pumpen der Spacer ist der energetische Abstand zur Mode sehr groß, eine Möglichkeit diesen Quantendefekt als Wärmequelle zu reduzieren besteht im direkten Pumpen der Quantenfilme. Bei diesem Halbleiterscheibenlaser-Konzept reduziert sich, in Analogie zum Festkörperscheibenlaser, die Absorption in einem Doppeldurchgang wesentlich, weshalb geeignete Maßnahmen ergriffen werden müssen, um diese zu steigern.

Der Halbleiterscheibenlaser hat eine geringe Gesamtverstärkung, weshalb er mit kleinen Auskoppelgraden betrieben werden muss. Aus diesem Grund eignet er sich hervorragend für die resonatorinterne Frequenzverdopplung [10], wodurch sich die darstellbaren Wellenlängenbereiche vergrößern lassen und neue Anwendungen erschlossen werden können.

---

<sup>1</sup>In beiden Fällen handelt es sich um elektrisch angeregte Systeme.

## 1.2 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit

Ziel der Arbeit ist es, umfassende Modelle zur Beschreibung des Halbleiterscheibenlasers zu erarbeiten und die mit diesen Modellen erzielten Ergebnisse vorzustellen. Dargestellt werden soll die Lasertätigkeit im einfachen nulldimensionalen Modell, um dann auf Basis dieses Zugangs die Quantenfilme einzeln aufzulösen sowie die lateralen Feldverteilungen in der Halbleiterstruktur wiederzugeben.

Insbesondere steht die Entwicklung eines Ratengleichungsmodells für den resonanten Absorptionsvorgang und dessen stationärer Limes im Vordergrund, sowie die Kopplung dieses Modells mit den erweiterten Lasergleichungen.

In Kapitel 2 wird das Halbleiterscheibenlaserkonzept vorgestellt und der prinzipielle Aufbau der Halbleiterstruktur besprochen. In Kapitel 3 wird das nulldimensionale Modell für die Darstellung der Lasertätigkeit eingeführt und die wichtigsten Begrifflichkeiten für die weitere Modellbildung erörtert.

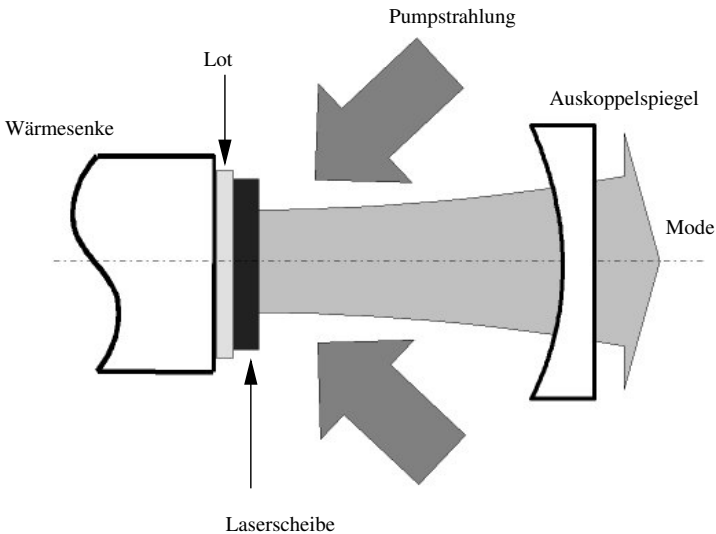
Bevor in Kapitel 6 das nulldimensionale Modell in longitudinaler und radialer Hinsicht erweitert werden kann, muss zuerst in Kapitel 4 der Begriff des Confinements ganz allgemein, aber auch speziell in Bezug auf den Halbleiterscheibenlaser diskutiert werden, sowie in Kapitel 5 die für die Ermittlung des Confinements wichtige Matrixtransfermethode besprochen werden.

Im Anschluss an die erweiterte Modellbildung von Kapitel 6 wird in Kapitel 7 der resonante Pumpvorgang mit dem entwickelten Ratengleichungs-Pumpmodell beleuchtet und der stationäre Grenzfall vor dem Hintergrund der Skalentrennung in Bezug auf die Lasergleichungen berechnet. Ferner wird gezeigt, dass im Fall der longitudinalen Erweiterung die Ergebnisse dieses Grenzfalls nicht mehr anwendbar sind und deshalb auf das volle Gleichungssystem zurückgegriffen werden muss.

In Kapitel 8 werden die mit den entwickelten Modellen erzielten Ergebnisse dargestellt und mit den korrespondierenden experimentellen Ergebnissen verglichen. In Kapitel 9 folgt die Zusammenfassung der Ergebnisse und der Ausblick auf weitere Untersuchungsmöglichkeiten.

## 2 Das Konzept

Bei dem am Institut für Strahlwerkzeuge entwickelten Scheibenlaserkonzept liegt das laseraktive Material in Scheibengeometrie vor. Diese Scheibe ist auf ihrer Rückseite mit einer HR Schicht versehen und wird mittels Lot oder Klebstoff auf einer Wärmesenke aufgebracht, welche durch Wasser gekühlt wird. Der Scheibenlaser ist ein optisch ange-



**Abbildung 2.1:** Schematische Darstellung der Scheibenlaseranordnung. Die Lasermode steht senkrecht auf der laseraktiven Scheibe. Für den Halbleiterscheibenlaser besteht diese aus periodisch angeordneten Halbleiter Quantenfilmen. Die Pumpstrahlung trifft unter einem Winkel  $\alpha_e$  zur Oberflächensenkrechten auf der Scheibe auf und kann durch Rückabbildung mehrfach über die Scheibe gelenkt werden. Die Wärme der nichtstrahlenden Verlustprozesse wird durch eine Wärmesenke abgeführt.

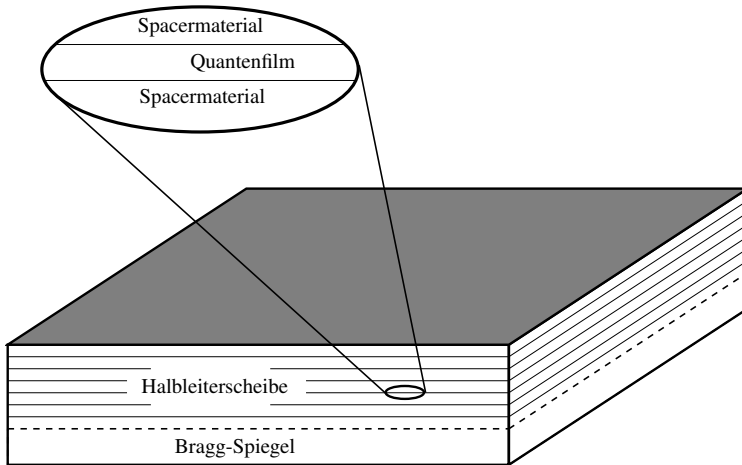
regtes System, bei welchem die Pumpstrahlung unter einem Winkel zur Senkrechten auf der Laserscheibe auftrifft, während die Mode in der einfachsten Anwendung senkrecht auf der Scheibe steht, wie in Abbildung 2.1 dargestellt. Die verspiegelte Rückseite der Scheibe ist für Pumpmode und Lasermode gleichermaßen reflektierend, somit bilden ei-

nerseits die HR-Verspiegelung der Scheibe und der Auskoppelspiegel den Laserresonator, andererseits wird erreicht, dass der Teil der Pumpstrahlung, der im ersten Durchgang durch die Scheibe nicht absorbiert wird, durch die Reflexion an der HR-Rückseite ein zweites Mal durch die Scheibe geführt wird, wodurch sich die Absorption erhöht. Man spricht in diesem Fall auch von einem Doppeldurchgang.

Auf Grund der geringen Dicke kann auch bei einem Doppeldurchgang nur ein Bruchteil der Pumpstrahlung absorbiert werden, weshalb im Rahmen der Erstellung des Scheibenlaserkonzeptes eine aufwändige Pumpoptik entwickelt wurde, die durch ein Spiegelsystem mehrfache Doppeldurchgänge realisiert und folglich hohe Absorptionsgrade ermöglicht. Als Scheibenmaterial dient z.B. Yb:YAG, ein Festkörpermaterial.

## 2.1 Optisch gepumpte Oberflächenemitter

Ein optisch gepumpter Halbleiteroberflächenemitter ist im Grunde nichts anderes als ein Scheibenlaser. Hier, wie auch beim Scheibenlaser, liegt das laseraktive Material in



**Abbildung 2.2:** Schematische Darstellung der Halbleiterscheibe mit rückwärtig aufgewachsenem Bragg-Spiegel. Da die Quantenfilme nur einen Bruchteil der Dicke der Halbleiterscheibe ausmachen sind diese nur durch Striche angedeutet. Die Quantenfilme sind durch Halbleiterschichten, den so genannten Spacern, voneinander getrennt. Die Darstellung ist aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht maßstäblich. Typische Kantenlängen sind ungefähr 1 mm, während die Dicke der Gesamtstruktur von einigen hundert nm bis in den  $\mu\text{m}$ -Bereich geht.



### 3 Nulldimensionales Modell

Für die mathematische Beschreibung von Lasersystemen sind Ratengleichungsmodelle geeignete Werkzeuge und deshalb weit verbreitet. Sie werden wegen ihres generischen Charakters in jeweils angepasster Form für die unterschiedlichsten Materialsysteme verwendet.

Auch für die Darstellung des Halbleiterscheibenlasers werden solche Gleichungsmodelle, die in Abhängigkeit von der Fragestellung ein hohes Maß an Komplexität entwickeln können, benutzt. Bevor in den folgenden Kapiteln diese aufwändigen Modelle näher beleuchtet werden, muss, zur Einführung der Begrifflichkeiten, zuerst das bekannte nulldimensionale Ratengleichungsmodell [26] [27] für Halbleiterlaser in diesem Kapitel besprochen werden.

#### 3.1 Modellansatz

Ein nulldimensionales Ratengleichungsmodell ist ein System aus zwei gekoppelten Differentialgleichungen. (siehe Abb. 3.1)

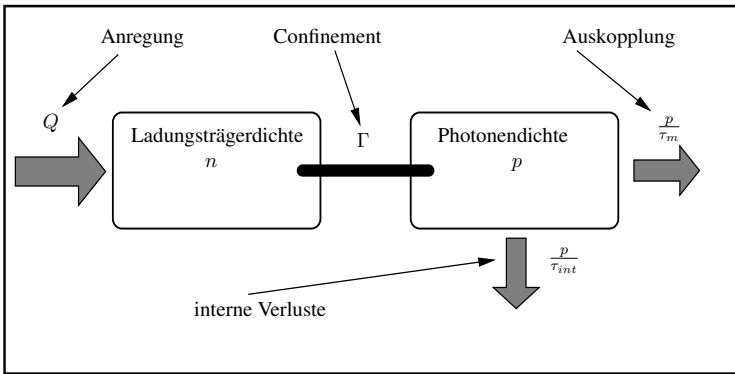
Eine Gleichung beschreibt den Anregungszustand der laseraktiven Zonen und wird für Halbleitersysteme als Ladungsträgerdichtegleichung bezeichnet.

Eine zweite Gleichung, die Photonen- bzw. Photonendichtegleichung, beschreibt die Bewegung der sich im Lasersystem befindlichen Energiedichte.

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= Q - \frac{n}{\tau_e(n)} - G(n) \cdot p && \text{Ladungsträgerdichte} \\ \frac{dp}{dt} &= \left( G(n) - \frac{1}{\tau_p} \right) \cdot p + \beta \cdot R_{sp} && \text{Photonendichte} \end{aligned} \tag{3.1}$$

Die Bedeutung der in Gleichung (3.1) auftretenden Größen sind wie folgt:

- Der Term  $Q$  ist der Quellterm für die Ladungsträger und somit für die Anregung des Systems verantwortlich. Bei elektrisch getriebenen Halbleiterlasern wird dieser Term durch die Stromdichte  $j$  im Halbleiter bestimmt  $Q = Q(j)$  und ist weitgehend unabhängig vom Anregungszustand des Materialsystems selbst.  
Im Fall des Halbleiterscheibenlasers handelt es sich um ein optisches angeregtes



**Abbildung 3.1:** Schematische Darstellung des nulldimensionalen Ratengleichungsmodell. Die absorbierte Pumpstrahlung sorgt für die Generation von Ladungsträgern und wird durch den Term  $Q$  dargestellt. Vermittelt durch das Confinement kann ein Teil der Photonendichte  $p$  an die Ladungsträgerdichte  $n$  ankoppeln. Der Auskoppelspiegel stellt den Zerfallskanal von  $p$  dar, der für die Lasertätigkeit verantwortlich ist (Verlustmechanismen auf Basis der Ladungsträgerdichte sind aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht dargestellt).

System, dessen Absorptionsverhalten und somit die Quellstärke  $Q$  stark vom Anregungszustand der Ladungsträger abhängt, weshalb die Anregung eine explizite Funktion der Ladungsträgerdichte  $n$ , aber auch der Pumpwellenlänge  $\lambda_p$  ist

$$\begin{aligned} Q &= Q(n) \\ &= Q(n, \lambda_p). \end{aligned} \quad (3.2)$$

- Die Elektronenlebensdauer  $\tau_e$  legt die Zerfallsrate der Ladungsträger fest, die dem Lasingprozess nicht zur Verfügung stehen. Die Lebensdauer selbst wird durch drei Prozesse bestimmt, die teilweise selbst vom Maß der Anregung abhängen [26] [58], weshalb  $\tau_e$  eine Funktion der Ladungsträgerdichte ist

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_e(n)} &= A_\tau + B_\tau \cdot n + C_\tau \cdot n^2 \\ &= A_\tau + R_{sp} + R_c \end{aligned} \quad (3.3)$$

und um so kürzer ist, je mehr die Ladungsträgerdichte ansteigt.

In (3.3) beschreibt  $A_\tau$  die Rekombination an Störstellen innerhalb des Halbleitermaterials und ist ein nichtstrahlender Übergang. Die diesem Vorgang zugeordnete

## 4 Confinementfaktoren

Das Confinement ist ein Maß für den Teil der in einem System eingeschlossenen Energie, der mit der Materie, also den laseraktiven Bereichen wechselwirken kann. Hier ist zwischen dem transversalen und dem longitudinalen Confinement zu unterscheiden.

Für die transversale Komponente ist die Verteilung der transversalen Moden und in Relation dazu die Ausdehnung des Laseraktiven Materials in dieser Richtung von Bedeutung. Das longitudinale Confinement wird insbesondere durch die Lage der Wechselwirkungsbereiche zum elektrischen Stehwellenfeld bestimmt.

Diese Confinement- oder Einschlussfaktoren werden auch als  $\Gamma$ -Faktoren bezeichnet und spielen für die Darstellung der Lasertätigkeit in Ratengleichungsmodellen eine zentrale Rolle, weshalb im Folgenden auf diese Faktoren näher eingegangen werden soll.

### 4.1 Definition der $\Gamma$ -Faktoren

Der Wert für den gesamten Einschluss  $\Gamma$  kann durch den Quotienten aus dem Integral über die zeitlich gemittelte elektrische Volumenergiedichte

$$w_e(x, r, \phi) = \langle w_e(x, r, \phi, t) \rangle_t \quad (4.1)$$

der aktiven Zonen und dem des gesamten Systemraums gewonnen werden. Oder einfacher ausgedrückt, durch den Quotient aus dem Energieinhalt des Wechselwirkungsvolumens  $V_w$  und dem des Gesamtvolumens  $V_g$

$$\Gamma = \frac{\int_{V_w} w_e(x, r, \phi) r \, dr \, d\phi \, dx}{\int_{V_g} w_e(x, r, \phi) r \, dr \, d\phi \, dx} . \quad (4.2)$$

Unter Annahme der paraxialen Näherung für die Wellenpropagation kann die Volumenergiedichte als Produkt einer Längen- und einer Flächendichte geschrieben werden

$$w_e(x, r, \phi) = w_{e,l}(x) \cdot w_{e,A}(r, \phi) , \quad (4.3)$$

wodurch sich folgende Darstellung für  $\Gamma$  ergibt

$$\begin{aligned}
 \Gamma &= \frac{\int_{V_w} (w_{e,l}(x) \cdot w_{e,A}(r, \phi)) r dr d\phi dx}{\int_{V_g} (w_{e,l}(x) \cdot w_{e,A}(r, \phi)) r dr d\phi dx} & (4.4) \\
 &= \frac{\int_{d_a} w_{e,l}(x) dx}{\int_{d_g} w_{e,l}(x) dx} \cdot \frac{\int_{A_m} w_{e,A}(r, \phi) r dr d\phi}{\int_{A_g} w_{e,A}(r, \phi) r dr d\phi} \\
 &= \Gamma_l \cdot \Gamma_t
 \end{aligned}$$

Durch den Separationsansatz für die Energiedichte in Gleichung (4.3) ist es möglich  $\Gamma$  als Produkt zweier Confinementfaktoren zu schreiben, welche die longitudinalen ( $\Gamma_l$ ) und transversalen Eigenschaften ( $\Gamma_t$ ) jeweils separat berücksichtigen. Aus Gleichung (4.4) folgt für den Wertebereich der Faktoren  $\Gamma, \Gamma_l, \Gamma_t \in [0, 1]$ , dies bedeutet nichts anderes, als dass maximal die gesamte momentan gespeicherte Energie mit der Materie wechselwirken kann. Bei der Betrachtung von Halbleiter-Quantenfilmlasern ist, wie in Abbildung 2.2 dargestellt, die deutlich reduzierte Ausdehnung der laseraktiven Zonen in einer Raumrichtung zu berücksichtigen, weshalb in Abhängigkeit vom betrachteten Lasersystem der Wert von  $\Gamma$ , entsprechend Gleichung (4.4), in sehr guter Näherung jeweils nur durch einen der beiden Teilfaktoren,  $\Gamma_l$  oder  $\Gamma_t$ , gegeben ist.

Ist die Ausbreitungsrichtung parallel zu den Quantenfilmen (Kantenemitter), so muss nur das laterale Confinement betrachtet werden. Im senkrechten Fall (Oberflächenemitter) legt der longitudinale Anteil die Systemdynamik fest.

Für den Halbleiterscheibenlaser als Oberflächenemitter bedeutet dies, dass  $\Gamma_t \approx 1$  ist. Im Gegensatz zu klassischen Oberflächenemittern ohne externe Kavität beschränkt sich bei diesem System mit externer Kavität die Berechnung von  $\Gamma$  nicht nur auf Integrale ausschließlich über Winkelfunktionen, weshalb im Folgenden die Berechnung des Confinements für diesen Fall explizit angegeben werden soll.

## 4.2 Confinement von Oberflächenemittern

Typisch für Oberflächenemitter ist, dass die laseraktiven Quantenfilme senkrecht zur Propagationsrichtung des Laserlichts stehen und sich bis zum Rand der Halbleiterstruktur erstrecken, weshalb die lateralen Moden vollständig eingeschlossen sind. In longitudinaler Hinsicht ist hingegen nur ein Bruchteil der sich im System befindlichen Energie mit den laseraktiven Bereichen in Kontakt. Für das Confinement bedeutet dies, dass

$\Gamma_t \approx 1$  gilt und somit für die Berechnung von  $\Gamma$  vernachlässigt werden kann.

Vor der Berechnung des Confinements eines Halbleiterscheibenlasers soll zur Vertiefung der in der Literatur üblichen Begrifflichkeiten zuerst in Abschnitt 4.2.1 der Confinementfaktor eines gewöhnlichen Oberflächenemitters (VCSEL) berechnet werden, um mit den dort eingeführten Variablen die Darstellung des Confinements eines Halbleiterscheibenlasers (siehe Abschnitt 4.2.1) zu vereinfachen.

### 4.2.1 Confinement eines VCSEL's

Entsprechend den vorangegangenen Ausführungen ist wegen

$$\Gamma = \Gamma_t \quad \text{da} \quad \Gamma_t \approx 1 \quad (4.5)$$

die Berechnung des Confinements eines VCSEL's allein durch die Gegebenheiten der Halbleiterstruktur bestimmt, da diese den Laserresonator selbst darstellt (vgl. dazu 4.2.2), weshalb die Integrationen über die elektrische Längenergiegedichte

$$w_{e,l}(x) = \frac{1}{2} \varepsilon(x) \varepsilon_0 \cdot |A(x)|^2 \quad (4.6)$$

eine Integration rein über den Halbleiterbereich ist.

Nach den Gleichungen (4.5) und (4.6) ergibt sich das Confinement zu

$$\Gamma = \frac{\int_{d_{QW}} n_d^2(x) |A(x)|^2 \cdot dx}{\int_{d_g} n_d^2(x) |A(x)|^2 \cdot dx} \quad (4.7)$$

Mit dem Ansatz

$$|A(x)|^2 = A_{amp}(x)^2 \cdot \cos^2(k(x) x) \quad (4.8)$$

für das elektrische Feld und

$$\begin{aligned} A_{amp}^2(x) &= A_0^2 \\ n_d^2(x) &= \bar{n}_d^2 \\ k(x) &= k_i \end{aligned} \quad (4.9)$$

für die in Gleichung (4.8) enthaltenen Größen folgt für das Confinement

$$\Gamma = \frac{\int_{d_{QW}} \cos^2(k_i x) \cdot dx}{\int_{d_g} \cos^2(k_i x) \cdot dx} \quad (4.10)$$

## 5 Transfermatrixmethode

Die Transfermatrixmethode [41] - [45] ist eine etablierte Technik zur Ermittlung der Reflexions- und Transmissionseigenschaften von optischen Mehrschichtsystemen. Im Folgenden sollen die für den Halbleiterscheibenlaser relevanten Aspekte erläutert werden.

Mit Hilfe dieser Methode kann die Stehwelle innerhalb der Halbleiterschichtstruktur eines Halbleiterscheibenlasers berechnet werden, um daraus z.B. die benötigten Confinementfaktoren (siehe Kapitel 4) oder das Verhältnis der Amplitudenquadrate  $\Delta$  (siehe Kapitel 7) zu berechnen.

Auch ist es in der Modellierung möglich, direkt während der Berechnung des Laser-Systems Auswirkungen auf das Lasersystem durch Veränderungen der vom Stehwellenfeld abhängigen Parameter zu berücksichtigen.

### 5.1 Darstellung der Methode

Zentral bei dieser Methode ist die Aufteilung des elektrischen Feldes in eine rechts- und eine linkslaufende Welle mit komplexer Amplitude. Des Weiteren sind an den Schichtübergängen die aus der Elektrodynamik bekannten Anschlussbedingungen für das E- und das H-Feld zu berücksichtigen. Durch die Möglichkeit, die Gleichungen für das H-Feld auf Ausdrücke des E-Feldes zu reduzieren, gelingt es ein zweidimensionales Gleichungssystem für die Amplituden der laufenden Wellen pro Schicht anzugeben. Das elektrische Feld kann mit den einzelnen Schichten wechselwirken, sofern diese absorbierend sind, also einen komplexen Brechungsindex haben. Diese Wechselwirkung führt zu einer Abnahme der komplexen Feldamplitude.

Diese Operationen im Einzelnen lassen sich durch Matrizenmanipulationen ausdrücken, welchen diese Methode auch ihren Namen verdankt, und führen auf ein Gleichungssystem, das mit geeigneten Methoden lösbar ist.

Prinzipiell ist es möglich, diese Lösungen analytisch anzugeben, allerdings werden diese Ausdrücke durch die Vielzahl von Matrizenmultiplikationen bei komplexeren Problemen sehr schnell unübersichtlich, weshalb die Auswertungen in der Regel mittels geeigneter Software oder mit Programmcode vorgenommen wird.

Kommerzielle Spiegeldesignsoftware beruht auf dieser Methode.

## 6 Modelle

In Kapitel 3 wurde ein System zweier gekoppelter Ratengleichungen für die Energiedichte  $p$  und die Ladungsträgerdichte  $n$  eingeführt, und die in diesen Gleichungen auftretenden Terme benannt.

In Abhängigkeit von der Ausführung der Halbleiterstrukturen, sowie den experimentellen Gegebenheiten, ist es notwendig, das Lasersystem in Bezug auf die Modellbildung genauer aufzulösen. Nachdem in Kapitel 5 die Transfermatrixmethode vorgestellt und in Kapitel 4 die Bedeutung der mit dieser Methode berechneten Confinementfaktoren besprochen wurde, sollen in diesem Kapitel die verschiedenen für die detailliertere Beschreibung notwendigen Erweiterungen des nulldimensionalen Modellsystems vorgestellt werden.

### 6.1 Multimode - Nulldimensional

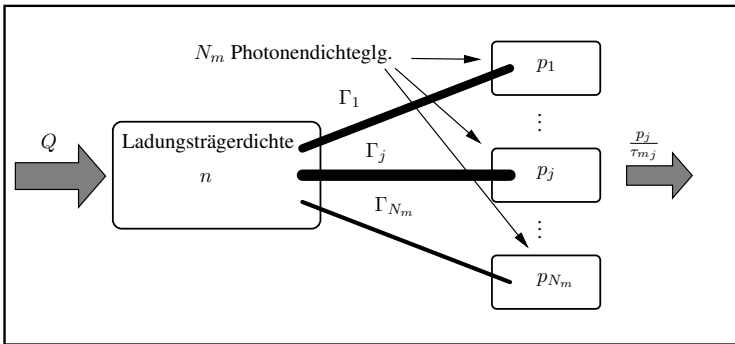
Eine erste Erweiterung des nulldimensionalen Modells besteht darin, mehr als nur eine longitudinale Mode zuzulassen (siehe Abb. 6.1). In diesem Fall erweitert sich das Gleichungssystem aus (3.1) auf  $N_m$  Photonendichtegleichungen, wenn diese Anzahl verschiedener Moden berücksichtigt werden soll

$$\left. \begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= Q(n) - \frac{n}{\tau_e(n)} - \left( \sum_{j=1}^{N_m} G_j(n) \cdot p_j \right) \\ \frac{dp_j}{dt} &= \left( G_j(n) - \frac{1}{\tau_{p_j}} \right) \cdot p_j + \beta_j \cdot R_{sp} \end{aligned} \right\} \text{mit } j = 1 \dots N_m. \quad (6.1)$$

Es gibt weiterhin eine Ladungsträgerdichtegleichung und somit nur einen möglichen Wert für  $n$ , trotzdem erfährt jede Mode in Abhängigkeit von ihrer Wellenlänge (siehe Abbildung 3.2 bzw. 6.3) eine andere Verstärkung

$$\begin{aligned} G_j(n) &= G(n, \lambda_j) \\ \tau_{p_j} &= \tau_p(\lambda_j) \\ \beta_j &= \beta(\lambda_j). \end{aligned} \quad (6.2)$$

Da jede dieser Moden unterschiedliche Verluste durch den Resonator und den Auskoppelspiegel erfährt, ist auch die Photonenlebensdauer  $\tau_p$  eine Funktion der Wellenlänge.



**Abbildung 6.1:** Schema des nulldimensionalen Multimodenschemas.  $N_m$  Photonendichtegleichungen koppeln an eine Ladungsträgerdichtegleichung. Die Stärke der Kopplung hängt von den zugehörigen Confinementfaktoren, die eine Funktion der Wellenlänge sind (siehe Glg. (6.2)), ab. Lasertätigkeit stellt sich für diejenige Mode ein, die die geringste Ladungsträgerdichte benötigt, um die Verluste auszugleichen.

Mit diesem Ansatz kann diejenige Wellenlänge ermittelt werden, die sich im Betrieb der betreffenden Struktur unter den gegebenen Rahmenbedingungen einstellen wird.

Im Rahmen der Modellierung wählt man eine sinnvolle Anzahl von Wellenlängen, die mit Hilfe der Gainkurven so platziert werden, dass der für die Emission relevante Wellenlängenbereich abgedeckt wird.

Alle noch folgenden Erweiterungen können mit der in diesem Abschnitt besprochenen Modifikation des Gleichungssystems angegeben werden, allerdings steigt hierdurch die Komplexität der Ausdrücke an, ohne dass damit ein wesentlicher Informationsgewinn verbunden wäre. Deshalb soll im Folgenden immer nur eine longitudinale Photonendichtegleichung berücksichtigt werden. Diese soll stellvertretend für die Wellenlänge stehen, die sich im Betrieb einstellen wird. Die Modifikationen der nachfolgenden Erweiterungen gelingt aber ohne große Mühe mit den hier gemachten Ausführungen. Für aussagekräftige Berechnungen ist es immer notwendig, diese Erweiterung wieder vorzunehmen.

## 6.2 Longitudinale Erweiterung

Bei der longitudinalen Erweiterung wird die Wechselwirkung der einzelnen Quantenfilme mit dem Feld der Lasermode betrachtet. Hierdurch vergrößert sich das aus Gleichung (3.1) bekannte Gleichungssystem auf ein System aus einer Photonendichtegleichung und

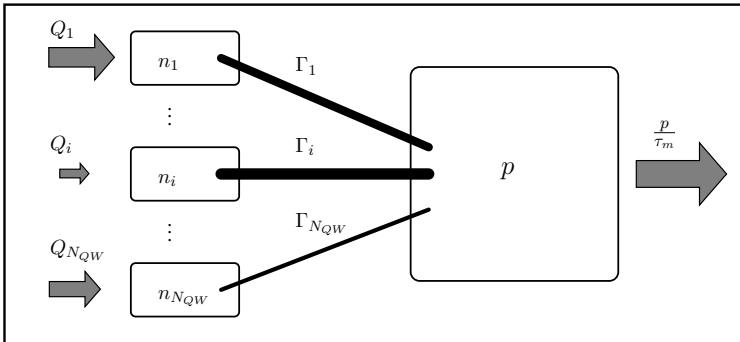


$N_{QW}$  Ladungsträgerdichtegleichungen, wenn  $N_{QW}$  die Anzahl der Quantenfilme ist

$$\left. \begin{aligned} \frac{dn_i}{dt} &= Q_i(n_i) - \frac{n_i}{\tau_e(n_i)} - G_i(n_i) \cdot p \\ \frac{dp}{dt} &= \left( \sum_{i=1}^{N_{QW}} G_i(n_i) - \frac{1}{\tau_p} \right) \cdot p + \beta \cdot \sum_{i=1}^{N_{QW}} R_{sp_i} \end{aligned} \right\} \quad \text{mit } i = 1 \dots N_{QW} . \quad (6.3)$$

Die  $N_{QW}$  Ladungsträgerdichtegleichungen in (6.3) unterscheiden sich in der Stärke ihrer Quellen  $Q_i$  und im Maß der Wechselwirkung  $G_i$  mit dem Modenfeld. Diese Unterschiede resultieren aus der Abhängigkeit dieser Größen von der jeweiligen Ladungsträgerdichte  $n_i$ , aber auch insbesondere aus der Lage der entsprechenden Quantenfilme zum Stehwellenfeld; im Fall der Quellen zur Pumpwellenlänge, im Fall des Gains zur Mode.

Diese Abhängigkeiten werden durch die jeweils zugehörigen Confinementfaktoren (siehe



**Abbildung 6.2:** Schema der longitudinalen Erweiterung.  $N_{QW}$  Ladungsträgerdichtegleichungen, für die  $N_{QW}$  Quantenfilme, koppeln in Abhängigkeit von ihrer Position unterschiedlich stark an die Pumpmode ( $Q_i$ ) und unterschiedlich stark an die Lasermode ( $\Gamma_i$ ). Je nach dem, wie stark sich die Kopplung für Pump- und Lasermode unterscheiden, ist es auch möglich, dass ein Quantenfilm, der schlecht an die Pumpstrahlung ankoppelt, von der Lasermode bis zur Transparenzdichte  $n_i$  gepumpt wird.

he Kapitel 4) ausgedrückt und für die Quellen in Kapitel 7 separat besprochen (siehe Abb. 6.2). Für die weiteren Betrachtungen in diesem Kapitel genügt es,  $Q_i$  als Funktion von  $n_i$  und der Nummer des Quantenfilms zu betrachten. Die Eigenschaften der jeweiligen zeitlichen Gainfunktionen  $G_i$ <sup>1</sup> werden im nachfolgenden Abschnitt detailliert beleuchtet.

<sup>1</sup>Trotz gleicher Schreibweise wie bei der Multimodedarstellung bezeichnet hier der Index  $i$  die zeitliche Gainfunktion des jeweiligen Quantenfilms und nicht die Mode.

# 7 Pumpmodell - Quantenfilmpumpen

## 7.1 Vorbetrachtung

Wird die Pumpwellenlänge so gewählt, dass die Energie der Lichtquanten zwischen der Bandkante des Spacermaterials und der des Quantenfilms liegt, dann findet die Absorption der Pumpstrahlung direkt in den Quantenfilmen statt. Der Vorteil dieses Ansatzes liegt in der direkten Generation der Ladungsträger im laseraktiven Bereich des Halbleitersystems, es sind keine mit Verlust behaftete Transportprozesse der Ladungsträger zu den Quantenfilmen zu berücksichtigen. Hinzu kommt die Reduktion des Quantendefekts. Dieser stellt eine der direkten Wärmequellen im System dar.

Dieser Vorteil wird mit einem höheren technologischen Aufwand beim Design und der Produktion des Halbleiterchips erkauft, da im Gegensatz zum Spacerpumpen im Falle des Quantenfilmpumpens die Halbleiterstruktur nicht nur in Hinblick auf die Modenwellenlänge sondern zusätzlich auch in Bezug auf die Pumpwellenlänge optimiert werden muss. Zu berücksichtigen ist die Lage des Stehwellenfeldes der Pumpstrahlung innerhalb der Subkavität<sup>1</sup> sowie die Resonanzeigenschaften dieser Kavität in Bezug auf die  $x$ -Komponente ( $\vec{k}_p \cdot \vec{e}_x$ ) des resultierenden Pumpwellenvektors  $\vec{k}_p$  innerhalb der Halbleiterstruktur.

Im Folgenden soll deshalb ein Modell entwickelt werden, das diesen resonanten Absorptionsvorgang auf Basis eines Ratenleichungsmodell darstellen kann. Diese Ratenleichung beschreibt die Bewegung der in der Subkavität gespeicherten Energie<sup>2</sup>  $p_p$ . Die Quelle für dieses Energiereservoir ist die Pumpstrahlung, die durch die Facette in die Subkavität gelangt. Die Ankopplung an das Materialsystem sowie die Abstrahlung durch die Facette stellen in der Summe die Senke für dieses Ratenmodell dar (siehe auch Abb. 7.2). Voraussetzung für die Ableitung dieses Modells ist, dass die in der Kavität mehrfach umlaufende Welle nur schwach durch die Wechselwirkung mit den Quantenfilmen gestört wird. Im stationären Zustand halten sich Senke und Quelle gerade die Waage, die gespeicherte Energie hat einen konstanten Wert, der mit der Amplitude der stehenden Welle innerhalb der Subkavität verknüpft werden kann.

---

<sup>1</sup>Diese wird gebildet durch die Facette der Struktur und dem Bragg-Spiegel.

<sup>2</sup>Anschaulich gesagt, der im Pumpresonator (Subkavität) enthaltenen Pumpphotonenzahl.

## 7.2 Das Modell

Der Pumpvorgang als solcher findet unter einem Winkel  $\alpha_e$  (siehe auch Abbildung 2.1 in Kapitel 2) zur Senkrechten der Halbleiterstruktur statt, weshalb bei einer konkreten Probe die Transformationen des  $\vec{k}$ -Vektors der einfallenden Pumpstrahlung  $\vec{k}_{p,e}$  unter Berücksichtigung des Snellius'schen Brechungsgesetzes zu betrachten ist.

Diese Transformationseigenschaften des  $\vec{k}$ -Vektors machen es möglich, Strukturen, die für die längerwellige Lasermode (siehe Abschnitt 7.8 und Abb. 7.5) ausgelegt waren, auch mit der kürzerwelligen Pumpmode resonant anzuregen.

Für die Ableitung des Modells selbst ist nur die  $x$ -Komponente  $k_x$  des internen Pumpwellenvektors  $\vec{k}_p$  von Interesse, weshalb im Folgenden nur diese betrachtet wird.

### 7.2.1 Der Modellansatz

Für die Erstellung des Modells ist von zentraler Bedeutung, dass für den Füllfaktor  $\Gamma_f$  gilt:

$$\Gamma_f \ll 1. \quad (7.1)$$

Der Füllfaktor ist der Quotient aus der Gesamtlänge der aktiven Zonen und der Resonatorlänge (siehe auch Glg. (4.11)), seine Größe ist somit ein erstes Maß für Kopplung der sich momentan im Resonator befindlichen Energie an die aktiven Zonen. Wie in Abschnitt 7.2.2 beschrieben, ist bei der Berechnung des Füllfaktors für das Pumpmodell die Länge der Subkavität zu berücksichtigen (siehe Glg. (7.10)). Die Störung einer innerhalb der Subkavität laufenden Welle durch die Wechselwirkung mit den Quantenfilmen fällt nach Gleichung (7.1) unter der Annahme einer hohen Reflektivität des Bragg-Spiegels so gering aus, dass sich ein Stehwellenfeld ausbildet.

Hat das Gesamtsystem den zeitlich stationären Zustand erreicht, so ist innerhalb der Kavität eine wohl definierte Energiemenge  $p_p$  gespeichert mit

$$p_p = f(P_{p,0}), \quad (7.2)$$

wobei  $P_{p,0}$  die Pumpleistung ist. Es liegt nahe die mathematischen Eigenschaften der Subkavität analog zu der Ratengleichung der Laserphotonen zu formulieren

$$\frac{d}{dt} p_p(t) = P_{p,0}(t) - L_g \quad \text{mit} \quad L_g = f(p_p(t)). \quad (7.3)$$

In Gleichung (7.3) ist  $P_{p,0}(t)$  die Photonen-Quelle, während  $L_g$  die Verluste für das Pumpphotonenfeld darstellt. Dieser Zerfallskanal teilt sich in zwei Subkanäle auf

$$L_g = \left\{ \frac{1}{\tau_{pp}} + G_p(n) \right\} \cdot p_p(t). \quad (7.4)$$

Der erste Kanal  $p_p(t)/\tau_{pp}$  wird durch die Photonen gebildet, die dem System durch die Facette verloren gehen und nicht der Generation von Ladungsträgern zur Verfügung stehen. Die zugehörige Rate ist umgekehrt proportional zur Lebensdauer  $\tau_{pp}$  der Pump-photonen. Diese Lebensdauer ist direkt abhängig vom Halbleiterdesign und soll im Folgenden berechnet werden. Der zweite Kanal ist durch die Ankopplung an das Materialsystem  $G_p(n) \cdot p_p(t)$  dargestellt und wird außer durch die Ankopplungskonstante  $\Gamma_c$  noch durch den Materialgain<sup>3</sup>  $g(n, \lambda_p)$  für die Pumpwellenlänge bestimmt.

$$G_p = \Gamma_c \cdot c_{ph} \cdot (-g(n, \lambda_p)) \quad \text{mit} \quad \Gamma_c = \Gamma_r \cdot \Gamma_f . \quad (7.5)$$

In die Berechnung der Phasengeschwindigkeit  $c_{ph}$  geht der gemittelte Brechungsindex  $\bar{n}_d$  aller Subschichten innerhalb der Pumpkavität ein

$$c_{ph} = \frac{c}{\bar{n}_d} . \quad (7.6)$$

### 7.2.2 Ermittlung der Confinementfaktoren

Das Maß der Ladungsträgergeneration wird direkt durch die Ankopplung der gespeicherten Pumpenergie mit den aktiven Schichten bestimmt. Deshalb sollen zuerst die Confinementfaktoren (siehe Kapitel 4) der Subkavität ermittelt werden. Für das Confinement des Pumpfeldes gilt unter der Annahme einer zeitlich gemittelten quadratischen Amplitude des elektrischen Feldes

$$\Gamma_c = \frac{\int_{d_{QW}} n_d^2(x) |A(x)|^2 dx}{\int_{d_{cav}} n_d^2(x) |A(x)|^2 dx} \quad (7.7)$$

$$|A(x)|^2 = \left\langle |A(x, t)|^2 \right\rangle_t .$$

Mit

$$\bar{n}_d = \langle n_d(x) \rangle_x \quad (7.8)$$

$$|A(x)|^2 = \frac{1}{2} A_0^2 \cdot \cos^2(k_x x)$$

folgt für die Kopplungskonstante

$$\Gamma_c = \frac{d_{QW}}{d_{cav}} \cdot \frac{\int_{d_{QW}} \cos^2(k_x x) dx}{\int_{d_{cav}} \cos^2(k_x x) dx} . \quad (7.9)$$

Somit entspricht der Füllfaktor  $\Gamma_f$  gerade dem geometrischen Verhältnis der aktiven Schichten zur Gesamtlänge der Subkavität. Diese wird aus dem elektrischen Stehwellenfeld selbst abgeleitet und definiert sich aus dem Abstand der Facette zum ersten Knoten

<sup>3</sup>Zur Wahrung der Selbstkonsistenz wird die Verstärkungen positiv und die Absorption negativ gezählt.

## 8 Vergleich Simulation - Experiment

In diesem Kapitel soll die bereits erwähnte Probe A0919, eine aus dreizehn 8mm dicken  $\text{In}_{0,15}\text{Ga}_{0,85}\text{As}$  Quantenfilmen bestehende Probe betrachtet werden, auf deren Rückseite sich ein epitaktisch gewachsener Bragg-Spiegel aus 25  $\text{AlAs-GaAs}$ -Paaren befindet. Die einzelnen Quantenfilme sind durch GRIN-Schichten voneinander getrennt, welche aus  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  bestehen, die Zusammensetzung  $x$  wird von  $x=0$  bis  $x=0.2$  kontinuierlich variiert (siehe auch Abb. 2.4). Zwischen diesen GRIN-Schichten befindet sich zur Spannungskompensation eine Schicht aus  $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}_{0,8}\text{P}_{0,2}$ .

### 8.1 Angepasstes Modell

Mit Hilfe eines modifizierten nulldimensionalen Modells soll die dieser Probe zugrunde liegende Struktur für verschiedene Pumpquellen näher untersucht werden.

Betrachtet man die in Kapitel 3 vorgestellten Ratengleichungen für das nulldimensionale Problem, so lassen sich zwei Effekte des Modells ablesen.

1. Bei Lasertätigkeit gilt das Prinzip der Teilchenerhaltung.

Durch das Dichtepinning<sup>1</sup> ab der Schwelle wird nach Erreichen dieser jedes absorbierte Photon in ein resonatorinternes Laserphoton umgewandelt, weshalb sich als Steigung der Leistungskurve (Ausgangsleistung über absorbierter Pumpleistung) die Auskopplung  $\eta_a$  (siehe Seite 101) multipliziert mit der aus dem Quantendefekt resultierenden Steigung  $\eta_q$  ergibt. Das Dichtepinning ist speziell ein Effekt des nulldimensionalen Modells und beruht auf der radialen Mittelung der relevanten Größen.

2. Verluste nehmen, mit steigender Pumpleistung, nur bis zum Erreichen der Schwelle zu. Danach bleiben die Verluste für die Ladungsträgerdichte konstant.

In der Ladungsträgerdichtegleichung, wie sie in Gleichung (3.1) angegeben ist, werden die Verluste durch die dichteabhängigen parasitären Prozesse wie De-

---

<sup>1</sup> An der Schwelle ist der zum Ausgleich der Verluste notwendige Gain erreicht, dieser Wert ändert sich auch bei zunehmender Pumpleistung nicht. Somit bleibt auch der Wert der Ladungsträgerdichte konstant, man spricht dann von Dichtepinning.

fektrekombination, Augereffekt und PL dargestellt. Diese Raten nehmen ab der Schwelle nicht zu, da die Dichte geklemmt ist.

Für den Vergleich mit dem Experiment müssen diese beiden Effekte genauer betrachtet werden. Der in Punkt 1 beschriebene Effekt beruht auf der fehlenden Berücksichtigung der Unterschiede im Lasermoden- und Pumpfleckdurchmesser sowie in den jeweiligen Intensitätsverteilungen. Diese Unterschiede wirken sich in nullter Näherung insbesondere auf die Steigung aus und werden deshalb in Form eines Geometriefaktors  $\eta_g$  in die Gleichungen integriert.

Wie in Punkt 2 dargestellt, werden beim Pumpen der Quantenfilme alle absorbierten Photonen in Ladungsträger gewandelt, alle Verlustmechanismen sind an die Ladungsträgerdichte geknüpft. In realen Systemen ist aber denkbar, dass nicht alle absorbierten Photonen dem Laserprozess zur Verfügung stehen, denn, obwohl die Pumpphotonenenergie unterhalb der Bandkante der Spacer liegt, ist es möglich, dass hier Absorptionsprozesse in der verbotenen Zone stattfinden, durch welche optische Phononen angeregt werden. Denkbar wären Wechselwirkungen mit Störstellen. Da diese Störstellenkonzentration unabhängig vom Anregungszustand ist, nimmt die an diesen Stellen absorbierte Leistung proportional mit der Pumpleistung zu. Dieser Effekt bewirkt einerseits, dass die Laserschwelle ansteigt, andererseits wird dadurch die Steigung im Leistungsdiagramm reduziert. Im Gleichungssystem wird diese Systemeigenschaft durch die Skalierung des Quellterms  $Q$  mit einem Absorptionseffizienzfaktor  $\eta_p$  berücksichtigt.

Somit ergibt sich folgendes probenangepasstes nulldimensionales Gleichungssystem

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} n &= \eta_p \cdot Q(n) - \frac{n}{\tau_e(n)} - \frac{1}{\eta_g} \cdot G(n) \cdot p \\ \frac{d}{dt} p &= \left( G(n) - \frac{1}{\tau_p} \right) \cdot p + \beta \cdot (\eta_g R_{sp}) , \end{aligned} \quad (8.1)$$

in dieser Darstellung mit  $n$  als Ladungsträgergesamtzahl im Pumpfleck und  $p$  als Photongesamtzahl im Lasermodenfleck.

Die Berücksichtigung der zusätzlichen Absorptionsprozesse über  $\eta_p \cdot Q$  ist sofort einsichtig, wenn man sich vergegenwärtigt, dass  $\eta_p$  den Anteil der absorbierten Pumpphotonen beschreibt, die dem Laserprozess zur Verfügung stehen. Die Skalierung von  $G$  mit  $1/\eta_g$  lässt sich motivieren indem man sich diesen Geometriefaktor als Skalierung der Wechselwirkung verdeutlicht. Auf Grund der radialen Mittelung von Ladungsträgerdichte und Photonendichte muss angenommen werden, dass die Lasermode nur mit einem Teil der Ladungsträger  $n_g$  wechselwirken kann, dieser Teil der Ladungsträger wird durch  $\eta_g$  bestimmt

$$\frac{d}{dt} (\eta_g \cdot n) = \eta_g \cdot \left( \frac{d}{dt} n \right) = (\eta_g \cdot \eta_p \cdot Q) - \frac{\eta_g \cdot n}{\tau_e(n)} - G(n) \cdot p . \quad (8.2)$$

Die Skalierung von Gleichung (8.2) mit  $1/\eta_g$  liefert sofort die entsprechende Gleichung aus (8.1). Der Faktor  $\eta_g$  kann als Reskalierung des Gains in der Ladungsträgergleichung aufgefasst werden und bewirkt, dass oberhalb der Schwelle für jedes emittierte Laserphoton  $1/\eta_g$  Ladungsträger zerfallen und somit  $1/\eta_g$  Pump photons absorbiert werden müssen. Nimmt man an, dass der Geometriefaktor näherungsweise als Quotient aus Pumpmoden- und Lasermodenfläche dargestellt werden kann, so ergibt sich dieser zu

$$\eta_g \approx \frac{A_m}{A_p} < 1. \quad (8.3)$$

Dies bedeutet, dass nur der Anteil  $\eta_g$  eines absorbierten Pump photons überhaupt für den Laserprozess zur Verfügung steht.

### Steigung im nulldimensionalen Modell

Berechnet man die Leistungskurve<sup>2</sup> eines Lasers mit dem nulldimensionalen Modell, ohne die oben angeführten Modifikationen, so ergibt sich die Steigung  $\eta$  zu

$$\eta = \eta_a \cdot \eta_q < 1. \quad (8.4)$$

Der Faktor  $\eta_a$  auf der rechten Seite berücksichtigt, dass es für das Photonenfeld im Resonator zwei Verlustkanäle gibt. Nur der Anteil der Gesamtverluste, der durch die Auskopplung hervorgerufen wird, geht in die Steigung der Laserkennlinie ein

$$\eta_a = \frac{\tau_p}{\tau_m} \approx \frac{T}{L + T}. \quad (8.5)$$

Der Beitrag von  $\eta_a$  zur resultierenden Steigung ist durch den Quotienten aus Auskoppelverlusten zu Gesamtverlusten gegeben und kann wegen der kleinen Auskopplung und den geringen internen Verlusten in guter Näherung als Quotient aus Transmission  $T$  und den Gesamtverlusten  $L + T$  des Resonators dargestellt werden. Für jedes generierte Photon der Lasermode muss ein Pump photon absorbiert werden. Der Term  $\eta_q$  berücksichtigt die Auswirkung der Energiedifferenz zwischen Laser- und Pump photons auf die Steigung

$$\eta_q = \frac{E_m^{(Phot)}}{E_p^{(Phot)}} = \frac{\lambda_p}{\lambda_m}. \quad (8.6)$$

Der Wert selbst ist durch den Quotienten aus Laser-  $E_m^{(Phot)}$  und Pump photonenergie  $E_p^{(Phot)}$  ausgedrückt, und kann als Quotient der Wellenlängen dargestellt werden.

<sup>2</sup> Als Beispiel für eine Leistungskurve siehe z.B. Abbildung 8.5.

## 9 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel der Arbeit war es, ausgehend von einem nulldimensionalen Ratengleichungsmodell, neue Modelle zu entwickeln, mit Hilfe derer das System in seinen Eigenschaften längs und quer der Laser-Resonatorachse beschrieben werden kann.

Bei dem betrachteten Lasersystem handelt es sich um einen optisch gepumpten Oberflächenemitter mit externem Resonator, einen so genannten Halbleiterscheibenlaser, welcher im Gegensatz zu einem „gewöhnlichen“ VECSEL direkt in die Quantenfilme gepumpt wird, mit dem Ziel, den durch den Quantendefekt hervorgerufenen Wärmeeintrag zu reduzieren. Durch diesen Zugang ist es notwendig, die durch den Aufbau des Halbleiters hervorgerufenen Resonanzeigenschaften des Systems nicht nur für die Laser- sondern auch für die Pumpstrahlung zu berücksichtigen.

Hier wären zuerst die Confinementfaktoren zu nennen, die nun nicht nur bei der Lasermode sondern auch bei der Pumpmode beachtet werden müssen. Als Zweites bietet es sich an, das Modell in Längsrichtung, auch longitudinale Richtung genannt, feiner aufzulösen. Dies geschieht indem man die Wechselwirkung der einzelnen Quantenfilme mit den Stehfeldern berücksichtigt.

In einem ersten Schritt wurde deshalb die Wechselwirkung des Modenfeldes mit den Quantenfilmen betrachtet; hierfür war es zuerst notwendig die Confinementfaktoren des Halbleiterscheibenlasers auf Basis der Confinementfaktoren eines VCSEL's zu berechnen. Es konnte gezeigt werden, dass das Gesamtconfinement durch die Faktoren  $\Gamma_{\Delta}$  und  $\Gamma_r$  dominiert wird, welche beide von der Wellenlänge abhängen. Der erste Faktor  $\Gamma_{\Delta}$  beschreibt die Resonanzeigenschaften der Subkavität, geformt durch den Halbleiteranteil des Gesamtresonators, der zweite Faktor ist ein Maß für die Wechselwirkung des Quantenfilms mit der Mode und ist in der Regel für jeden Quantenfilm unterschiedlich, kann aber im nulldimensionalen Fall zu einem gemittelten  $\Gamma_r$  zusammengefasst werden. Über die Definition von  $\Gamma_{\Delta}$  konnte die effektive Gainfunktion  $g_{eff}$  eingeführt werden, die für jeden Quantenfilm, unabhängig von seiner Position, gültig ist.

Mit Hilfe der eingeführten  $\Gamma$ -Faktoren wurde ein Pumpmodell auf Basis einer Ratengleichung für die Pumpphotonen entwickelt, welches es ermöglicht, den Quellterm der Ladungsträgerdichtegleichung für den jeweiligen Quantenfilm zu berechnen. Die Kopplung dieses longitudinalen Pumpmodells mit der ebenfalls longitudinal aufgelösten Lasermode mündete zusammen mit den Ladungsträgerdichtegleichungen in einem in sich



# Literaturverzeichnis

- [1] RIYOPOULOS, S; DIALETIS, D.; INMAN, J.; PHILLIPS, A.: *Active-cavity vertical-cavity surface-emitting laser eigenmodes with simple analytic representation*. In: J. Opt. Soc. Am. B (2001), Vol. 18, Nr. 9, S. 1268
- [2] RIYOPOULOS, S: *Coupled-mode structure in oxide aperture vertical-cavity surface-emitting lasers and its effects on lasing threshold*. In: J. Opt. Soc. Am. B (2003), Vol. 20, Nr. 1, S. 14
- [3] RIYOPOULOS, S: *No Density Pinning in VCSELs Due to Hole Burning at Saturation*. In: IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics (2003), Vol. 9, Nr. 5, S. 1431
- [4] KEELER, G.A.; SERKLAND, D.K.; GEIB, K.M.; PEAKE, G.M.; MAR, A.: *Single Transverse Mode Operation of Electrically Pumped Vertical-External-Cavity Surface-Emitting Lasers With Micromirrors*. In: IEEE Photonics Technology Letters (2005), Vol. 17, Nr. 3, S. 522
- [5] CHONG, C.H.; SARMA, J.: *Lasing Mode Selection in Vertical-Cavity Surface-Emitting Laser Diodes*. In: IEEE Photonics Technology Letters (1993), Vol. 5, Nr. 7, S. 761
- [6] CHANG-HASNAIN C.J.; ORENSTEIN, M.; VON LEHMEN, A; FLOREZ, L.T.; HARBISON, J.P.; STOFFEL, N.G.: *Transverse mode characteristics of vertical cavity surface-emitting lasers*. In: Applied Physics Letters (1990), Vol. 57, Nr. 3, S. 218
- [7] VALLE, A.; SARMA, J.; SHORE, K.A.: *Spatial Holeburning Effects on the Dynamics of Vertical Cavity Surface-Emitting Laser Diodes*. In: IEEE Journal of Quantum Electronics (1995), Vol. 31, Nr. 8, S. 1423
- [8] VALLE, A.; SARMA, J.; SHORE, K.A.: *Dynamics of transverse mode competition in vertical cavity surface emitting laser diodes*. In: Optics Communications 115 (1995), S. 297
- [9] VALLE, A.; PESQUERA, L.; TUROVETS, S.I.; LÓPEZ, J.M.: *Nonlinear dynamics of current-modulated vertical-cavity surface-emitting lasers*. In: Optics Communications 208 (2002), S. 173
- [10] RAYMOND, T.D.; ALFORD, W.J.; CRAWFORD, M.H.; ALLERMAN, A.A.: *Intracavity frequency doubling of a diode-pumped external-cavity surface-emitting semiconductor laser*. In: Optics Letters 24 (1999), Nr. 16, S. 1127

- Surface-Emitting Lasers*. Cambridge: University Press, 2001
- [54] KNEUBÜHL, F.K.; SIGRIST, M.W.: *Laser*. Stuttgart: B.G. Teubner Verlag, 1988
- [55] HECHT, E.: *Optik*. München, Wien: Oldenbourg Verlag, 2001
- [56] BORN, M.; WOLF, E.: *Principles of Optics*. Cambridge: University Press, 2002
- [57] SIEGMANN, A.E.: *Lasers*. Mill Valley: University Science Books, 1986
- [58] POLKOVNIKOV, A.S.; ZEGRYA, G.G.: *Auger recombination in semiconductor quantum wells*. In: *Physical Review B* (1998), Vol. 58, Nr. 7, S. 4039
- [59] HADER, J.; MOLONEY, J.V.; KOCH, S.W.: *Microscopic Theory of Gain, Absorption, and Refractive Index in Semiconductor Laser Materials - Influence of Conduction-Band Nonparabolity and Coulomb-Induced Intersubband Coupling*. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* (1999), Vol. 35, Nr. 12, S. 1878
- [60] CHOW, W.; KIRA, M.; KOCH, S.W.: *Microscopic theory of optical nonlinearities and spontaneous emission lifetime in group-III nitride quantum wells*. In: *Physical Review B* (1999), Vol. 60, Nr. 3, S. 4039
- [61] HERMANN, C.; WEISBUCH, C.:  *$\vec{k} \cdot \vec{p}$  perturbation theory in III-V compounds and alloys: a reexamination*. In: *Physical Review B* (1977), Vol. 15, Nr. 2, S. 823
- [62] GUSTAVSSON, J.S.; VUKUŠIĆ, J.A.; BENGTTSSON, J.; LARSSON, A.: *A Comprehensive Model for the Modal Dynamics of Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers*. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* (2002), Vol. 38, Nr. 2, S. 203

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Schematische Darstellung der Scheibenlaseranordnung . . . . .	27
2.2	Schematische Darstellung der Halbleiterscheibe . . . . .	28
2.3	Bandlückenenergie einiger ausgewählter III-V-Halbleiter . . . . .	30
2.4	Bandlückenverlauf, Probe A0919 . . . . .	31
3.1	Ratengleichungsmodell nulldimensional . . . . .	36
3.2	Gainfunktion, Probe A0919 . . . . .	39
4.1	Feldverlauf: Vakuum, Subkavität und Bragg-Spiegel . . . . .	48
4.2	Feldverlauf: Subkavität und Bragg-Spiegel . . . . .	49
5.1	Schematische Darstellung der Schichtenfolge . . . . .	55
6.1	Schema des nulldimensionalen Multimodemodells . . . . .	60
6.2	Schema des longitudinalen Modells . . . . .	61
6.3	Effektiven Gainfunktion $g_{eff}$ , Probe A0919 (Teststruktur) . . . . .	63
6.4	Vergleich Gainfunktion $g$ / effektive Gainfunktion $g_{eff}$ (Teststr.) . . . . .	64
6.5	Schema des radialen Modells . . . . .	70
7.1	Pumpphotonenlebensdauer, Schema des stationären Zustandes . . . . .	78
7.2	Ankopplung der Pumpenergie an die Quantenfilme . . . . .	79
7.3	Differentialgleichungssystem, Schema der gegenseitigen Kopplung . . . . .	86
7.4	Longitudinales Modell . . . . .	88
7.5	Wellenzahltransformation . . . . .	93
7.6	Effektive Gainfunktion $g_{eff}$ für $\alpha_e = 30^\circ$ . . . . .	94
7.7	Effektive Gainfunktion $g_{eff}$ für $\alpha_e = 60^\circ$ . . . . .	95
7.8	Vergleich der Gainfunktion $g$ für $\alpha_e = 0^\circ$ und $\alpha_e = 60^\circ$ . . . . .	96
7.9	Verlauf des relativen Confinements $\Gamma_r$ für drei verschiedene Winkel . . . . .	97
8.1	Ti:Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> : $\Gamma$ für senkrechten Einfall . . . . .	104
8.2	Ti:Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> : $\Gamma$ für $\alpha_e = 70^\circ$ . . . . .	105
8.3	Diode: $\Gamma$ für senkrechten Einfall . . . . .	106
8.4	Diode: $\Gamma$ für $\alpha_e = 30^\circ$ . . . . .	107
8.5	Leistungskurven (nulldimensional)- Ti:Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> : Vgl. mit Experiment . . . . .	108
8.6	Ti:Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> : Laserwellenlänge (nulldimensional) . . . . .	109

8.7	Leistungskurven (nulldimensional)- Diode: Vergleich mit Experiment . . .	110
8.8	Diode: Laserwellenlänge (nulldimensional) . . . . .	111
8.9	Diode: $\Gamma_r$ einzelner QW für senkrechten Einfall . . . . .	113
8.10	Diode: $\Gamma_r$ einzelner QW für $\alpha_e = 30^\circ$ . . . . .	114
8.11	Leistungskurven, OC 2,70% (longitudinal) . . . . .	115
8.12	Diode (longitudinal): $n$ einzelner QW für OC = 0,5% . . . . .	116
8.13	Diode (longitudinal): $n$ einzelner QW für OC = 2,7% . . . . .	117
8.14	Vergleich der Verteilungsfunktionen . . . . .	119
8.15	Ausgangsleistung für verschiedene Modenformen . . . . .	120
8.16	Leistungskurve, Vergleich radial / Experiment . . . . .	122
8.17	Ladungsträgerdichte, radial . . . . .	123
8.18	Strahlende Verluste, radial . . . . .	124
8.19	Verallgemeinerte Photonenlebensdauer $\tau_r$ . . . . .	125

# Laser in der Materialbearbeitung

## Forschungsberichte des IFSW (Institut für Strahlwerkzeuge)

Herausgegeben von

Prof. Dr.-Ing. habil. Helmut Hügel, Universität Stuttgart

Forschungsberichte des IFSW von 1992 bis 1999 erschienen im Teubner Verlag, Stuttgart

### Zoske, Uwe

Modell zur rechnerischen Simulation von Laserresonatoren und Strahlführungssystemen  
1992, 186 Seiten, ISBN 3-519-06205-4

### Gorritz, Michael

Adaptive Optik und Sensorik im Strahlführungssystem von Laserbearbeitungsanlagen  
1992, vergriffen, ISBN 3-519-06206-2

### Mohr, Ursula

Geschwindigkeitsbestimmende Strahleigenschaften und Einkoppelmechanismen beim CO<sub>2</sub>-Laserschneiden von Metallen  
1993, 130 Seiten, ISBN 3-519-06207-0

### Rudlaff, Thomas

Arbeiten zur Optimierung des Umwandlungshärtens mit Laserstrahlen  
1993, 152 Seiten, ISBN 3-519-06208-9

### Borik, Stefan

Einfluß optischer Komponenten auf die Strahlqualität von Hochleistungslasern  
1993, 200 Seiten, ISBN 3-519-06209-7

### Paul, Rüdiger

Optimierung von HF-Gasentladungen für schnell längsgeströmte CO<sub>2</sub>-Lasern  
1994, 149 Seiten, ISBN 3-519-06210-0

### Wahl, Roland

Robotergeführtes Laserstrahlschweißen mit Steuerung der Polarisationsrichtung  
1994, 150 Seiten, ISBN 3-519-06211-9

### Frederking, Klaus-Dieter

Laserlöten kleiner Kupferbauteile mit geregelter Lotdrahtzufuhr  
1994, 139 Seiten, ISBN 3-519-06212-7

### Grünewald, Karin M.

Modellierung der Energietransferprozesse in längsgeströmten CO<sub>2</sub>-Lasern  
1994, 158 Seiten, ISBN 3-519-06213-5

### Shen, Jialin

Optimierung von Verfahren der Laseroberflächenbehandlung mit gleichzeitiger Pulverzufuhr  
1994, 160 Seiten, ISBN 3-519-06214-3

### Arnold, Johannes M.

Abtragen metallischer und keramischer Werkstoffe mit Excimerlasern  
1994, 192 Seiten, ISBN 3-519-06215-1

### Holzwarth, Achim

Ausbreitung und Dämpfung von Stoßwellen in Excimerlasern  
1994, 153 Seiten, ISBN 3-519-06216-X

### Dausinger, Friedrich

Strahlwerkzeug Laser: Energieeinkopplung und Prozeßeffektivität  
1995, 143 Seiten, ISBN 3-519-06217-8

### Meiners, Eckhard

Abtragende Bearbeitung von Keramiken und Metallen mit gepulstem Nd:YAG-Laser als zweistufiger Prozeß  
1995, 120 Seiten, ISBN 3-519-06222-4

### Beck, Markus

Modellierung des Lasertiefschweißens  
1996, 160 Seiten, ISBN 3-519-06218-6

### Breining, Klaus

Auslegung und Vermessung von Gasentladungsstrecken für CO<sub>2</sub>-Hochleistungslaser  
1996, 131 Seiten, ISBN 3-519-06219-4

### Griebisch, Jürgen

Grundlagenuntersuchungen zur Qualitätssicherung beim gepulsten Lasertiefschweißen  
1996, 133 Seiten, ISBN 3-519-06220-8

### Krepulat, Walter

Aerodynamische Fenster für industrielle Hochleistungslaser  
1996, 144 Seiten, ISBN 3-519-06221-6

### Xiao, Min

Vergleichende Untersuchungen zum Schneiden dünner Bleche mit CO<sub>2</sub>- und Nd:YAG-Lasern  
1996, 118 Seiten, ISBN 3-519-06223-2

### Glumann, Christiane

Verbesserte Prozeßsicherheit und Qualität durch Strahlkombination beim Laserschweißen  
1996, 143 Seiten, ISBN 3-519-06224-0

### Gross, Herbert

Propagation höhermodiger Laserstrahlung und deren Wechselwirkung mit optischen Systemen  
1996, 191 Seiten, ISBN 3-519-06225-9

### Rapp, Jürgen

Laserschweißseignung von Aluminiumwerkstoffen für Anwendungen im Leichtbau  
1996, 202 Seiten, ISBN 3-519-06226-7

**Wittig, Klaus**

Theoretische Methoden und experimentelle Verfahren zur Charakterisierung von Hochleistungslaserstrahlung

1996, 198 Seiten, ISBN 3-519-06227-5

**Grünenwald, Bernd**

Verfahrensoptimierung und Schichtcharakterisierung beim einstufigen Cermet-Beschichten mittels CO<sub>2</sub>-Hochleistungslaser

1996, 160 Seiten, ISBN 3-519-06229-1

**Lee, Jae-Hoon**

Laserverfahren zur strukturierten Metallisierung

1996, 154 Seiten, ISBN 3-519-06232-1

**Albinus, Uwe N. W.**

Metallisches Beschichten mittels PLD-Verfahren

1996, 144 Seiten, ISBN 3-519-06233-X

**Wiedmaier, Matthias**

Konstruktive und verfahrenstechnische Entwicklungen zur Komplettbearbeitung in Drehzentren mit integrierten Laserverfahren

1997, 129 Seiten, ISBN 3-519-06228-3

**Bloehs, Wolfgang**

Laserstrahlhärten mit angepassten Strahlformungssystemen

1997, 143 Seiten, ISBN 3-519-06230-5

**Bea, Martin**

Adaptive Optik für die Materialbearbeitung mit CO<sub>2</sub>-Laserstrahlung

1997, 143 Seiten, ISBN 3-519-06231-3

**Stöhr, Michael**

Beeinflussung der Lichtemission bei mikrokanalgekühlten Laserdioden

1997, 147 Seiten, ISBN 3-519-06234-8

**Pläß, Wilfried**

Zerstörschwellen und Degradation von CO<sub>2</sub>-Laseroptiken

1998, 158 Seiten, ISBN 3-519-06235-6

**Schaller, Markus K. R.**

Lasergestützte Abscheidung dünner Edelmetallschichten zum Heißgaskorrosionsschutz für Mo-lybdän

1998, 163 Seiten, ISBN 3-519-06236-4

**Hack, Rüdiger**

System- und verfahrenstechnischer Vergleich von Nd:YAG- und CO<sub>2</sub>-Lasern im Leistungsbereich bis 5 kW

1998, 165 Seiten, ISBN 3-519-06237-2

**Krupka, René**

Photothermische Charakterisierung optischer Komponenten für Hochleistungslaser

1998, 139 Seiten, ISBN 3-519-06238-0

**Pfeiffer, Wolfgang**

Fluiddynamische und elektrophysikalisch optimierte Entladungsstrecken für CO<sub>2</sub>-Hochleistungslaser

1998, 152 Seiten, ISBN 3-519-06239-9

**Volz, Robert**

Optimiertes Beschichten von Gußeisen-, Aluminium- und Kupfergrundwerkstoffen mit Lasern

1998, 133 Seiten, ISBN 3-519-06240-2

**Bartelt-Berger, Lars**

Lasersystem aus kohärent gekoppelten Grundmode-Diodenlasern

1999, 135 Seiten, ISBN 3-519-06241-0

**Müller-Hummel, Peter**

Entwicklung einer Inprozeßtemperaturmeßvorrichtung zur Optimierung der laserunterstützten Zerspaltung

1999, 139 Seiten, ISBN 3-519-06242-9

**Rohde, Hansjörg**

Qualitätsbestimmende Prozeßparameter beim Einzelpulsbohren mit einem Nd:YAG-Slablaser

1999, 171 Seiten, ISBN 3-519-06243-7

**Huonker, Martin**

Strahlführung in CO<sub>2</sub>-

Hochleistungslasersystemen zur Materialbearbeitung

1999, 121 Seiten, ISBN 3-519-06244-5

**Callies, Gert**

Modellierung von qualitäts- und effektivitätsbestimmenden Mechanismen beim Laserabtragen

1999, 119 Seiten, ISBN 3-519-06245-3

**Schubert, Michael E.**

Leistungsskalierbares Lasersystem aus fasergekoppelten Singlemode-Diodenlasern

1999, 105 Seiten, ISBN 3-519-06246-1

**Kern, Markus**

Gas- und magnetofluiddynamische Maßnahmen zur Beeinflussung der Nahtqualität beim Laserstrahlschweißen

1999, 132 Seiten, ISBN 3-519-06247-X

**Raiber, Armin**

Grundlagen und Prozeßtechnik für das Lasermikrobohren technischer Keramiken

1999, 135 Seiten, ISBN 3-519-06248-8

# Laser in der Materialbearbeitung

## Forschungsberichte des IFSW (Institut für Strahlwerkzeuge)

Herausgegeben von

Prof. Dr.-Ing. habil. Helmut Hügel, Universität Stuttgart

Forschungsberichte des IFSW ab 2000 erschienen im Herbert Utz Verlag, München

### **Schittenhelm, Henrik**

Diagnostik des laserinduzierten Plasmas  
beim Abtragen und Schweißen  
2000, 141 Seiten, ISBN 3-89675-712-1

### **Stewen, Christian**

Scheibenlaser mit Kilowatt-Dauerstrichleistung  
2000, 145 Seiten, ISBN 3-89675-763-6

### **Schmitz, Christian**

Gaselektronische Analysemethoden zur Optimierung von Laser gasentladungen  
2000, 107 Seiten, ISBN 3-89675-773-3

### **Karszewski, Martin**

Scheibenlaser höchster Strahlqualität  
2000, 132 Seiten, ISBN 3-89675-785-7

### **Chang, Chin-Lung**

Berechnung der Schmelzbadgeometrie beim Laserstrahlschweißen mit Mehrfokustechnik  
2000, 141 Seiten, ISBN 3-89675-825-X

### **Haag, Matthias**

Systemtechnische Optimierungen der Strahlqualität von Hochleistungsdiodenlasern  
2000, 166 Seiten, ISBN 3-89675-840-3

### **Bahnmüller, Jochen**

Charakterisierung gepulster Laserstrahlung zur Qualitätssteigerung beim Laserbohren  
2000, 138 Seiten, ISBN 3-89675-851-9

### **Schellhorn, Martin Carl Johannes**

CO-Hochleistungslaser: Charakteristika und Einsatzmöglichkeiten beim Schweißen  
2000, 142 Seiten, ISBN 3-89675-849-7

### **Angstenberger, Birgit**

Fliehkraftunterstütztes Laserbeschichten  
2000, 153 Seiten, ISBN 3-89675-861-6

### **Bachhofer, Andreas**

Schneiden und Schweißen von Aluminiumwerkstoffen mit Festkörperlasern für den Karosseriebau  
2001, 194 Seiten, ISBN 3-89675-881-0

### **Breitschwerdt, Sven**

Qualitätssicherung beim Laserstrahlschweißen  
2001, 150 Seiten, ISBN 3-8316-0032-5

### **Mochmann, Gunter**

Laserkristallisation von Siliziumschichten auf Glas- und Kunststoffsubstraten für die Herstellung verbesserter Dünnschichttransistoren  
2001, 170 Seiten, ISBN 3-89675-811-X

### **Herrmann, Andreas**

Fertigungsorientierte Verfahrensentwicklung des Weichlötlens mit Diodenlasern  
2002, 133 Seiten, ISBN 3-8316-0086-4

### **Mästle, Rüdiger**

Bestimmung der Propagationseigenschaften von Laserstrahlung  
2002, 147 Seiten, ISBN 3-8316-0113-5

### **Voß, Andreas**

Der Scheibenlaser: Theoretische Grundlagen des Dauerstrichbetriebs und erste experimentelle Ergebnisse anhand von Yb:YAG  
2002, 195 Seiten, ISBN 3-8316-0121-6

### **Müller, Matthias G.**

Prozessüberwachung beim Laserstrahlschweißen durch Auswertung der reflektierten Leistung  
2002, 122 Seiten, ISBN 3-8316-0144-5

### **Abeln, Tobias**

Grundlagen und Verfahrenstechnik des reaktiven Laserpräzisionsabtragens von Stahl  
2002, 138 Seiten, ISBN 3-8316-0137-2

### **Erhard, Steffen**

Pumpoptiken und Resonatoren für den Scheibenlaser  
2002, 184 Seiten, ISBN 3-8316-0173-9

### **Contag, Karsten**

Modellierung und numerische Auslegung des Yb:YAG-Scheibenlasers  
2002, 155 Seiten, ISBN 3-8316-0172-0

### **Krastel, Klaus**

Konzepte und Konstruktionen zur laserintegrierten Komplettbearbeitung in Werkzeugmaschinen  
2002, 140 Seiten, ISBN 3-8316-0176-3

### **Staud, Jürgen**

Sensitive Werkzeuge für ein neues Montagekonzept in der Mikrosystemtechnik  
2002, 122 Seiten, ISBN 3-8316-0175-5

### **Schinzel, Cornelius M.**

Nd:YAG-Laserstrahlschweißen von Aluminiumwerkstoffen für Anwendungen im Automobilbau  
2002, 177 Seiten, ISBN 3-8316-0201-8

### **Sebastian, Michael**

Grundlagenuntersuchungen zur Laser-Plasma-CVD Synthese von Diamant und amorphen Kohlenstoffen  
2002, 153 Seiten, ISBN 3-8316-0200-X

**Lücke, Bernd**

Kohärente Kopplung von Vertikalemitter-Arrays  
2003, 120 Seiten, ISBN 3-8316-0224-7

**Hohenberger, Bernd**

Laserstrahlschweißen mit Nd:YAG-Doppelfokus-  
technik – Steigerung von Prozesssicherheit, Fle-  
xibilität und verfügbarer Strahlleistung  
2003, 128 Seiten, ISBN 3-8316-0223-9

**Jasper, Knut**

Neue Konzepte der Laserstrahlformung und  
-führung für die Mikrotechnik  
2003, 152 Seiten, ISBN 3-8316-0205-0

**Heimerdinger, Christoph**

Laserstrahlschweißen von Aluminiumlegierungen  
für die Luftfahrt  
2003, 112 Seiten, ISBN 3-8316-0256-5

**Christoph Fleig**

Evaluierung eines Messverfahrens zur genauen  
Bestimmung des Reflexionsgrades optischer  
Komponenten  
2003, 150 Seiten, ISBN 3-8316-0274-3

**Joachim Radtke**

Herstellung von Präzisionsdurchbrüchen in ke-  
ramischen Werkstoffen mittels repetierender  
Laserbearbeitung  
2003, 150 Seiten, ISBN 3-8316-0285-9

**Michael Brandner**

Steigerung der Prozesseffizienz beim Löten und  
Kleben mit Hochleistungsdiodenlasern  
2003, 195 Seiten, ISBN 3-8316-0288-3

**Reinhard Winkler**

Porenbildung beim Laserstrahlschweißen von  
Aluminium-Druckguss  
2004, 153 Seiten, ISBN 3-8316-0313-8

**Helmut Kindler**

Optische und gerätetechnische Entwicklungen  
zum Laserstrahlspritzen  
2004, 117 Seiten, ISBN 3-8316-0315-4

**Andreas Ruf**

Modellierung des Perkussionsbohrens von Metal-  
len mit kurz- und ultrakurzgepulsten Lasern  
2004, 140 Seiten, ISBN 3-8316-0372-3

**Guido Hergenhan**

Kohärente Kopplung von Vertikalemittern – Sys-  
temkonzept und experimentelle Verifizierung  
2004, 115 Seiten, ISBN 3-8316-0376-6

**Klaus Goth**

Schweißen von Mischverbindungen aus Alumi-  
numguß- und Knetlegierungen mit CO<sub>2</sub>-Laser  
unter besonderer Berücksichtigung der Nahtart  
2004, 143 Seiten, ISBN 3-8316-0427-4

**Armin Strauch**

Effiziente Lösung des inversen Problems beim  
Laserstrahlschweißen durch Simulation und  
Experiment  
2004, 169 Seiten, ISBN 3-8316-0425-8

**Thomas Wawra**

Verfahrensstrategien für Bohrungen hoher Präzi-  
sion mittels Laserstrahlung  
2004, 162 Seiten, ISBN 3-8316-0453-3

**Michael Honer**

Prozesssicherungsmaßnahmen beim Bohren  
metallischer Werkstoffe mittels Laserstrahlung  
2004, 113 Seiten, ISBN 3-8316-0441-x

**Thomas Herzinger**

Prozessüberwachung beim Laserbohren von  
Turbinenschaufeln  
2004, 143 Seiten, ISBN 3-8316-0443-6

**Reiner Heigl**

Herstellung von Randschichten auf Aluminium-  
gusslegierungen mittels Laserstrahlung  
2004, 173 Seiten, ISBN 3-8316-0460-8



# Laser in der Materialbearbeitung

Forschungsberichte des IFSW (Institut für Strahlwerkzeuge)

Herausgegeben von

Prof. Dr. phil. nat. habil. Thomas Graf, Universität Stuttgart

Forschungsberichte des IFSW ab 2005 erschienen im Herbert Utz Verlag, München

## **Thomas Fuhrich**

Marangoni-effekt beim Laserstrahl-tiefschweißen von Stahl  
2005, 163 Seiten, ISBN 3-8316-0493-2

## **Daniel Müller**

Pulsenergiestabilität bei regenerativen Kurzpuls-verstärkern im Scheibenlaserdesign  
2005, 172 Seiten, ISBN 3-8316-0508-4

## **Jiancun Gao**

Neodym-dotierte Quasi-Drei-Niveau-Scheiben-laser: Hohe Ausgangsleistung und Frequenzver-dopplung  
2005, 148 Seiten, ISBN 3-8316-0521-1

## **Wolfgang Gref**

Laserstrahlschweißen von Aluminiumwerkstoffen mit der Fokussmatrixtechnik  
2005, 136 Seiten, ISBN 3-8316-0537-8

## **Michael Weikert**

Oberflächenstrukturieren mit ultrakurzen Laser-pulsen  
2005, 116 Seiten, ISBN 3-8316-0573-4

## **Julian Sigel**

Lasergenerieren metallischer Bauteile mit vari-ablem Laserstrahldurchmesser in modularen Fer-tigungssystemen  
2006, 132 Seiten, ISBN 3-8316-0572-6

## **Andreas Ruß**

Schweißen mit dem Scheibenlaser-Potentiale der guten Fokussierbarkeit  
2006, 142 Seiten, ISBN 3-8316-0580-7

## **Gabriele Seibold**

Absorption technischer Oberflächen in der La-sermaterialbearbeitung  
2006, 156 Seiten, ISBN 3-8316-0618-8

## **Dirk Lindenau**

Magnetisch beeinflusstes Laserstrahlschweißen  
2007, 180 Seiten, ISBN 978-3-8316-0687-0

## **Jens Walter**

Gesetzmäßigkeiten beim Lasergenerieren als Basis für die Prozesssteuerung und -regelung  
2008, 140 Seiten, ISBN 978-3-8316-0770-9

## **Heiko Ridderbusch**

Longitudinal angeregte passiv gütegeschaltete Laserzündkerze  
2008, 175 Seiten, ISBN 978-3-8316-0840-9

## **Markus Leimser**

Strömungsinduzierte Einflüsse auf die Naht-eigenschaften beim Laserstrahlschweißen von Aluminiumwerkstoffen  
2009, 150 Seiten, ISBN 978-3-8316-0854-6

## **Mikhail Larionov**

Kontaktierung und Charakterisierung von Kristallen für Scheibenlaser  
2009, 186 Seiten, ISBN 978-3-8316-0855-3

## **Jürgen Müller-Borhanian**

Kamerabasierte In-Prozessüberwachung beim Laserstrahlschweißen  
2009, 162 Seiten, ISBN 978-3-8316-0890-4

## **Andreas Letsch**

Charakterisierung allgemein astigmatischer Laserstrahlung mit der Methode der zweiten Momente  
2009, 176 Seiten, ISBN 978-3-8316-0896-6