Bastian Esefeld

Numerische Integration von Mehrkörpersystemen mit mengenwertigen Kraftgesetzen

Herbert Utz Verlag · München

Maschinenwesen

MIX
Papier aus verantwortungsvollen Quellen
FSC® C003147
FSC
www.fsc.org

Zugl.: Diss., München, Techn. Univ., 2014

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek: Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Entnahme von Abbildungen, der Wiedergabe auf fotomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben – auch bei nur auszugsweiser Verwendung – vorbehalten.

Copyright © Herbert Utz Verlag GmbH · 2014

ISBN 978-3-8316-4394-3

Printed in EC
Herbert Utz Verlag GmbH, München
089-277791-00 · www.utzverlag.de

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Angewandte Mechanik der Technischen Universität München in den Jahren 2007 – 2013. In dieser Zeit wurde der Lehrstuhl überwiegend von meinem Doktorvater Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Heinz Ulbrich (i. R.) geleitet. Das mir von ihm entgegengebrachte Vertrauen und seine Unterstützung stellten den Grundstock für das Gelingen meiner Arbeit dar. Durch die Einbindung in die Grundlagenlehre der Technischen Mechanik eröffnete mir Professor Ulbrich vielfältige Möglichkeiten der fachlichen und persönlichen Weiterentwicklung. Für all das sowie die Übernahme meines Erstgutachtens bedanke ich mich an dieser Stelle sehr herzlich.
Auch Univ.-Prof. dr. ir. Daniel Rixen, dem aktuellen Leiter des Lehrstuhls, danke ich für die Unterstützung im letzten Jahr meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent und die Übernahme des Prüfungsvorsitzes. Bei Univ.-Prof. Dr.-Ing. Horst Baier bedanke ich mich für das Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des Zweitgutachtens.

Für die zahlreichen fachlichen Diskussionen, die neuen Ideen und die kritische Durchsicht meines Manuskripts bedanke ich mich bei Dr.-Ing. Thorsten Schindler.

Einen wichtigen Bestandteil meiner Arbeit am Lehrstuhl stellten Lehrtätigkeiten in den Studiengängen Maschinenwesen und Elektrotechnik in München und Singapur dar. Auch wenn diese mit einer hohen zeitlichen Belastung einhergingen, erfüllten sie mich mit sehr viel Freude und Motivation. Dabei standen mir viele Kollegen zur Seite. Die Lehrebesprechungen, Kaffeerunden und dabei entstandenen Freundschaften mit Rainer Britz, Benjamin Heckmann, Alexander Ewald, Johannes Rutzmoser, Daniel Wiedemann und Michael Leistner werden mir immer in guter Erinnerung bleiben.

Schließlich danke ich meinen Eltern Manfred und Elisabeth und meiner Schwester Katrin für die immerwährende Unterstützung in allen Bereichen meines Lebens.

Nicht zuletzt bedanke ich mich bei meiner Freundin Ines dafür, dass sie mich in ihrer verständnisvollen und liebevollen Art immerfort unterstützte und motivierte, mein Ziel nicht aus den Augen zu verlieren sowie für die Durchsicht meines Manuskripts.

München, 15. Juli 2014

Wahrlich es ist nicht das Wissen, sondern das Lernen, nicht das Besitzen, sondern das Erwerben, nicht das Da-Seyn, sondern das Hinkommen, was den größten Genuss gewährt.

Johann Carl Friedrich Gauß (1777 – 1855)

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

1.1 Problemstellung

Ein Mehrkörpersystem stellt ein Modell eines mechanischen Systems dar. Dabei ist das Ziel der Modellbildung die Berechnung und Analyse eines technischen Systems.
Die Fragestellung und Anwendung bestimmt hierzu die Art und den Detailgrad des verwendeten Modells. So reichen in einigen Fällen kinematische Modelle zur Bestimmung von Bewegungsanalysen oder statische Modelle bei Berechnungen um die Gleichgewichtslage aus. Für viele Anwendungen, beispielsweise zur Auslegungsberechnung oder dem Design, der Regelung oder Optimierung von Maschinen wird jedoch ein dynamisches Modell, zum Beispiel ein Mehrkörpersystem, benötigt. Im allgemeinsten Fall handelt es sich dabei um ein nichtlineares Differentialgleichungssystem, das meist durch numerische Verfahren gelöst wird.

Ein Mehrkörpersystem besteht aus massebehafteten Körpern und masselosen Verbindungselementen [46]. Die Körper können dabei starr oder elastisch modelliert und über ihre Trägheitseigenschaften beschrieben werden [139, 23]. Als Verbindungsselemente zwischen den Körpern dienen Gelenke, welche die Freiheitsgrade des Systems reduzieren und Kraftelemente wie Federn oder Dämpfer [46].

Von einem strukturvarianten Mehrkörpersystem spricht man, wenn sich die Zahl und Art der System-Freiheitsgrade verändert [124]. Ein solches Systemverhalten ist bei Mehrkörpersystemen mit einseitigen (unilateralen) Kontakten anzutreffen, welches stark vom Zustand dieser unilateralen Kontakte beeinflusst wird. So kann ein geschlossener Reibkontakt in Normalrichtung Kräfte übertragen und schränkt die Bewegungen der Körper im Kontakt ein. In Tangentialrichtung wird häufig ein Reibmodell benötigt um den Effekt der Oberflächenrauheit zu berücksichtigen. Je nach Anwendung muss dieses Modell nicht nur den dissipativen Charakter im Falle von Gleitreibung abbilden, sondern auch in der Lage sein, den Haftfall zu repräsentieren. Ein geschlossener, haftender Reibkontakt erzielt damit die gleiche Wirkung wie ein zweiseitiger (bilateraler) Kontakt. Im Falle eines offenen Kontakts ist dagegen keine Kraftübertragung möglich.

Der Zusammenhang zwischen den kinematischen und kinetischen Kennwerten in den Kontaktstellen unilateraler Kontakte wird über Kraftgesetze

definiert. Dabei lassen sich die *einwertigen* von den *mengenwertigen* Kraftgesetzen unterscheiden. Einwertige Kraftgesetze bedienen sich eines funktionalen Zusammenhangs zwischen den Kennwerten. So gibt das Kraftgesetz einer Feder beispielsweise den Zusammenhang zwischen der Auslenkung der Anlenkpunkte und der übertragenen Federkraft wieder und kann in Gleichungsform beschrieben werden. Im Gegensatz dazu werden mengenwertige Kraftgesetze nicht nur durch Gleichungen sondern durch Ungleichungen formuliert. Für ein bilaterales Gelenk bedeutet dies, dass der Abstand der Kontaktpartner im Gelenkpunkt immer Null sein muss. Die Gelenkkraft stellt dies in Form einer Zwangskraft sicher. Sie kann beliebige Werte annehmen. Möchte man dagegen ein solches Gelenk mit einem einwertigen Kraftgesetzt, ähnlich dem Federgesetz, darstellen, würde man einen funktionalen Zusammenhang zwischen dem Eindringen der Kontaktpartner und der übertragenen Gelenkkraft aufstellen. Damit erlaubt ein solches Modell die Abbildung von Nachgiebigkeiten im Gelenk, verletzt jedoch die unter Umständen gewünschte Starrkörperannahme. Um ein gegenseitiges Eindringen der Kontaktpartner auf ein realistisches Maß zu beschränken, müssen die Kennwerte des Kraftgesetzes entsprechend hoch gewählt werden. Die "Feder" im Gelenk muss über eine besonders hohe Steifigkeit verfügen. Wird diese Steifigkeit erhöht, landet man im Grenzfall beim mengenwertigen Kraftgesetz.
Auf gleiche Weise lassen sich ein- und mengenwertige Reibmodelle formulieren. Ein Haften der Kontaktpartner trotz bestehender Kraft in der tangentialen Reibebene ist dabei nur bei mengenwertigen Reibmodellen darstellbar.

Beide Modellvarianten haben ihre Vorzüge, weisen aber auch diverse Nachteile auf. Während die physikalische Formulierung mengenwertiger Kraftgesetze sehr einfach ausfällt, ist die Wahl der Parameter einwertiger Kraftgesetze meist schwierig. Sie sind in vielen Fällen nicht physikalisch motiviert und nicht immer kann auf experimentell ermittelte Werte zurückgegriffen werden. Nur bei mengenwertigen Kraftgesetzen können strikte Modelle wie unnachgiebige Kontakte oder Haftbedingungen erfüllt werden. Realitätsnäher ist es daher in vielen Fällen eine gewisse, wenn auch geringe, Verformung der Kontaktzonen.
Einwertige Kraftgesetze führen durch die hohen Steifigkeiten zu *steifen Differentialgleichungen*. Bei solchen Systemen scheidet eine Vielzahl möglicher Lösungsverfahren aus und die Rechenzeiten können stark ansteigen [77]. Mengenwertige Kraftgesetze ergänzen die Differentialgleichungen dafür um Nebenbedingungen in Gleichungs- oder Ungleichungsform. Bei räumlichen Systemen weisen die Nebenbedingungen außerdem nichtlinearen Charakter auf und werden gerne abschnittsweise formuliert [72]. Es ergeben sich

differentiell-algebraische Systeme (DAE-Systeme) oder abschnittsweise definierte DAE-Systeme. Auch diese erfordern besonderes Augenmerk bei der Lösung, da hier neben den differentiellen auch algebraische Gleichungen betrachtet werden.

Nicht nur die Modellierung der Kraftgesetze in Abhängigkeit der Kontaktzustände, auch der Wechsel stellt eine Herausforderung unilateraler Mehrkörpersysteme dar. Ein Übergang zwischen offenen und geschlossenen Kontakten wird häufig von Stößen, also Geschwindigkeitssprüngen, ein Haft-Gleit-Übergang (*Stick-Slip-Übergang*) von sprunghaften Änderungen in den Beschleunigungen begleitet. Dies führt zu Unstetigkeiten in den Zustandsgrößen oder deren Ableitungen, weshalb in diesem Zusammenhang auch von *nicht-glatten* Systemen gesprochen wird. Solche Systeme erfüllen damit nicht die Stetigkeitsanforderung vieler numerischer Lösungsverfahren, weshalb nur speziell angepasste Verfahren zum Einsatz kommen können.

Die meisten kommerziellen Softwarepakete behandeln dabei Systeme mit Unstetigkeiten ähnlich wie herkömmliche Systeme. Dabei werden die dynamischen Gleichungen bis zum Auftreten einer Unstetigkeit gelöst. An den Stellen der Unstetigkeiten werden mit Hilfe der Stoßgleichungen oder Reibgesetze die Systemzustände nach dem Auftreten der Unstetigkeiten ermittelt. Diese dienen als Startwerte für die Berechnung, die dann fortgesetzt wird. Eine solche Strategie, die auf Überwachung von Kennwerten setzt, um die Gültigkeit der Systemgleichungen zu prüfen, wird als *ereignisbasiert* bezeichnet. Sie erfordert eine relativ geringe Anpassung im Vergleich zu Lösungsverfahren für konventionelle Mehrkörpersysteme und weist darüber hinaus eine hohe Genauigkeit auf. Bei einer Häufung der Unstetigkeiten kann die Effizienz solcher Verfahren stark leiden. Deshalb erfreuen sich die *Time-Stepping* Verfahren als alternative Lösungsverfahren insbesondere im Forschungsumfeld, großer Beliebtheit. Auch wenn sie den ereignisbasierten Verfahren in Sachen Genauigkeit meist unterlegen sind, überzeugen sie durch ihre Robustheit und Einfachheit in der Implementierung. So gilt für die Wahl der Lösungsverfahren ähnlich wie bei der Wahl der Kraftgesetze, dass der Anwendungsfall entscheidet.
Wünschenswert ist daher ein schnelles, effizientes Verfahren, das auch bei einer Häufung von Schaltpunkten robust arbeitet.

1.2 Anwendungen nicht-glatter Mehrkörpersysteme

Diese Problematik nicht-glatter Mehrkörpersysteme ist in vielen technischen und akademischen Fragestellungen anzutreffen. Eine gute Einführung in die

Thematik nicht-glatter Mehrkörpersysteme bietet der Überblicksartikel [29] von Brogliato et. al. und das Buch [124] von Pfeiffer und Glocker. Eine sehr ausführliche Betrachtung der Anwendungsgebiete, verschiedener Arten von Formulierungen, numerischer Lösungs- und Integrationsverfahren sowie erläuternder Beispiele wird auch von Acary und Brogliato in ihrem Buch [3] vorgenommen.

Der folgende Literaturüberblick soll einen Einblick in eine Auswahl behandelter mechanischer Systeme geben.

Eine Vielzahl von Anwendungen liefert das Buch [119] von Pfeiffer. Darin wird eine Zusammenfassung zahlreicher Projekte vorgenommen, die im Rahmen wissenschaftlicher Arbeiten am Lehrstuhl für Angewandte Mechanik der Technischen Universität München in mehr als 20 Jahren untersucht wurden. Diese erstrecken sich von Antriebs- und Getriebetechnik über Motorsteuerung bis zur Robotik.

Thümmel analysiert in seiner Habilitation [152] einen viergliedrigen Mechanismus als Anschauungsbeispiel für dynamische Effekte in schnelllaufenden Maschinen. Neben Aspekten wie dem Massen- und Leistungsausgleich oder Schwingungsisolation wurden auch Untersuchungen zum Lagerspiel im Drehgelenk vorgenommen. Hierbei stellt ein nicht-glattes Modell die Basis für die Regelung des Mechanismus und der Parameteridentifikation dar.

Krinner und Thümmel modellieren in [94] einen sechsgliedrigen Mechanismus für hydraulische Pressen. Sie untersuchen dabei das Spiel in einem Lagerbolzen mit einem nicht-glatten Modellansatz.
Auch Bauchau und Rodriguez beschäftigen sich in [13] mit der Reibung und Stößen in den Gelenken von Mechanismen. Sie erweitern ihre Untersuchungen um flexible Strukturen.

Die Arbeiten von Ulbrich und Ginzinger [155] und von Ginzinger [67] behandeln Anstreifvorgänge von Rotoren an aktiven Fanglagern. Dabei gelingt der Abgleich des nicht-glatten Simulationsmodells mit den Messwerten aus einem Versuchstand. Dies ermöglicht die Regelung und Stabilisierung anstreifender Rotoren.

Hajek untersucht in [78] Schwingungen in Maschinenschaufeln der Gasturbinen von Flugzeugen. Die Schwingungsreduktion erfolgt durch Reibungsdämpfer mit Hilfe von Haft-Gleit-Übergängen. Die Modellierung basiert hier auf der Lösung eines Kombinatorikproblems. Mit der gleichen Fragestellungeinem und einem alternativen Ansatz über ein lineares Komplimentaritätsproblem befassen sich Glocker und Pfeiffer in [71].

Britz et. al. untersuchen in [26] die Interaktion einer Werkzeugmaschine bei verschiedenen Drehprozessen. Der Fokus liegt dabei auf der Modellierung der einseitigen Kontaktstelle zwischen Meißel und Werkstück. Flores et. al. beschäftigen sich in [56] mit Stößen und Coulomb-Reibung am

Rollenschlepphebel einer Schneidemaschine.

Ein vielseitiges Anwendungsgebiet neben der Maschinendynamik stellt die Antriebstechnik dar. Mit Steuer- und Ventiltrieben befassen sich Hösl in [86], Engelhardt in [47] und Engelhardt et. al. in [48]. Sie verwenden dabei für die vielen hundert Kontakte zwischen den Kettengliedern ein Starrkörpermodell.

Der Dynamik von hydraulischen Nockenwellenverstellern im KFZ - Verbrennungsmotor nehmen sich die Arbeiten [95], [134] und [135] an. Schneider widmet sich dabei der Identifikation von mechanischen und hydraulischen Parametern im strukturvarianten, interdisziplinären Simulationsmodell. Dieses basiert auf dem Aufbau von Krüger [95].

Huber und Ulbrich untersuchen in [88] die einseitigen Kontakte im Ventiltrieb eines variablen Nockenwellenverstellers. Fokus dieser Arbeit ist unter anderem die Anwendung effizienter Integrationsverfahren für nichtglatte Systeme.

Die Dynamik von Umschlingungsgetrieben mit Schubgliederband ist Gegenstand weitreichender Untersuchungen im Kontext strukturvarianter Mehrkörpersysteme. Bullinger und Geier simulieren in [32] und [66] ein solches CVT-Getriebe mit einem zweidimensionalen Modell. Eine Herausforderung stellt dabei die große Anzahl einseitiger Kontakte dar. Die numerische Integration erfolgt mit Hilfe von Time-Stepping Verfahren. In seiner Dissertation [130] erweitert Schindler dieses Modell zu einem dreidimensionalen Ansatz um einen besseren Abgleich zwischen Messwerten und Simulation zu erreichen. Das damit einhergehende Rechenzeitproblem gehen Cebulla et. al. in [37] durch Vorintegration im Initialisierungsprozess an.

Eine Simulation von räumlichen Zahngetrieben unterschiedlicher Verzahnungsgeometrien wird von Cardona in [35] vorgenommen. Wichtiger Bestandteil ist hierin die Modellierung der Coulombschen Reibkraft.

Buschmann begegnet der Problematik einseitiger Kontakte von Mehrkörpersystemen bei der Regelung zweibeiniger Laufmaschinen in [33]. Dort zeigt er Ansätze zur Integration des Kontaktes Fuß – Boden bei der Planung der Gangtrajektorien. Auch Förg [58] benutzt eine solche Modellierung bei der Paramateridentifikation humanoider Roboter mit elastischen Elementen.

Stiegelmeyr befasst sich in seiner Dissertation [143] neben Reibungsdämpfern auch mit der Dynamik von Achterbahnen. Der Rad-Schiene-Kontakt wird nicht-glatt modelliert und mit einem Time-Stepping Verfahren gelöst. Dieses Beispiel ist neben einem weiterem Fahrgeschäft, dem Fallturm, auch Untersuchungsgegenstand von Pfeiffer et. al. in [123]. Einer ähnlichen Kontaktpaarung wie bei Achterbahnen nimmt sich Glocker in [70] an. Dabei geht er die Problematik von Reibschwingungen in der Kurvenfahrt von Schienenfahrzeugen an. Auch Schupp [137] und Auciello et. al. [11] modellieren einseitige Rad-Schiene Kontakte.

Bowling et. al. [19] untersuchen die unilateren Kontakte und Stöße beim Fahrradfahren.

Dimitrakopoulos behandelt in [44] die Interaktionen zwischen Brückelementen, wie sie beispielsweise bei Erdbeben auftreten. Die Stoßuntersuchungen werden mit Hilfe eines linearen Komplementaritätsproblems vorgenommen.

Thorin et. al. simulieren den Tastenmechanismus eines Klaviers mit Hilfe von nicht-glatten Methoden. Diese Ergebnisse gleichen sie mit den experimentell ermittelten Tastenanschlägen ab.

Mechanische Spielzeuge werden ebenfalls gerne als akademische Beispiele nicht-glatter Mehrkörpersysteme herangezogen. Der Spielzeugspecht dient bei Pfeiffer in [120] als Modellierungsobjekt für Mehrkörpersysteme mit einseitigen Reibkontakten. Diesem Beispiel nehmen sich auch Glocker in [72], Funk in [63] und Förg in [59] sowie Huber und Ulbrich in [89] an. Leine et. al. untersuchen in [102] darüber hinaus das Taumelspielzeug und die Watschelnde Ente.
Zander wendet in [162] die Bedingung starrer Kontakte auf elastische Mehrkörpersysteme an. Auch bei ihm dient der Spielzeugspecht, hier mit elastischer Stange, als Simulationsbeispiel.
Leine und Glocker analysieren in [101] den Tippe-Top Kreisel. Dafür modellieren sie die Reibung mit Hilfe des Modells von Coulomb-Contesou um den Rotationseffekt und das damit verbundene Reibmoment zu berücksichtigen. Das Kontaktproblem wird als Augmented Lagrangian Ansatz formuliert und mit Hilfe eines Runge-Kutta Time-Stepping Algorithmus gelöst.
Mit dem Newton-Pendel und der Ausbreitung von Stoßwellen beschäftigen sich beispielsweise Glocker in [68] und Liu et. al. in [103, 104].

Auch granulare Medien stellen einen Anwendungsfall von Mehrkörpersystemen mit einer Vielzahl unilateraler Kontakte dar. In den meisten Fällen werden Time-Stepping Methoden zur Lösung der Bewegungsgleichungen eingesetzt. Diese sind ähnlich wie bei Kettentrieben durch ihre Robustheit anderen Integrationsverfahren überlegen. Beispiele dafür finden sich bei Förg et. al. in [61], wo die Simulation einer Sanduhr durch die Modellierung kugelförmiger Sandpartikel verschiedener Größe vorgenommen wird. Huber und Ulbrich verwenden in [89] die Simulation der Lottoziehung als Anwendungsgebiet. Auch Tasora und Anitescu [150] simulieren granulare Medien mit Hilfe von Time-Stepping Verfahren.

Die Herausforderung, eine Vielzahl von unilateralen Kontakten möglichst robust zu berechnen, stellt sich auch bei Trickfilmen wie bei Bridson [25] oder der Computergrafik wie bei Tasora et. al. [151].

Die Kontaktproblematik entsteht nicht nur im Bereich der Mehrkörperdynamik. Auch im Bereich der Finiten Elemente beschäftigen sich Wissenschaftler mit Stößen und einseitigen Kontakten. Beispielhaft hierfür sei auf das Buch von Laursen [100] den Artikel von Laursen und Love [99] sowie die Dissertation von Popp [125] verwiesen.

Die Konfrontation mit der Strukturvarianz und der Unstetigkeit von Zustandsgrößen ist jedoch auch in Domänen abseits der klassischen Mechanik anzutreffen. So können hydraulische Komponenten wie Ventile oder elektrotechnische Bauelemente wie Dioden ähnliche Schaltfunktionen erfüllen wie sich öffnende und schließende Kontakte. Dies zeigen Acary und Brogliato in [1], Glocker in [72, 119], Möller und Glocker in [110, 109] und Schneider in [135]. Eine Anpassung der in der Mechanik verwendeten Berechnungsvorschriften ist durch Definition von domänenspezifischen Schaltbedingungen möglich.

1.3 Ziel und Aufbau der Arbeit

Die Vielzahl technischer Systeme, bei denen auf Modelle von Mehrkörpersystemen mit unilateralen Kontakten zurückgegriffen werden muss, stellt erhöhte Anforderungen an die Modellierung und Lösung solcher Systeme. Insbesondere bei industriellen Anwendungen mit hohem Kostendruck spielt die Rechenzeit eine wichtige Rolle bei der numerischen Lösung von Simulationsmodellen. Kommerzielle Softwarepakete verfügen dabei häufig nur über unzureichende oder eingeschränkte Möglichkeiten bei der Modellierung und numerischen Lösung von unilateralen Mehrkörpersystemen. Deshalb verfolgen Wissenschaftler und Ingenieure verschiedene Ansätze, die Rechenzeiten zu reduzieren und die Effizienz der Lösungsverfahren zu verbessern.

Eine Möglichkeit besteht darin, das Mehrkörpersystem in Subsysteme zu unterteilen und diese parallel zu berechnen. Einen solchen Weg beschreitet beispielsweise Friedrich in [62]. Dies ist insbesondere bei mechatronischen, interdisziplinären Systemen eine gute Methode, da sie bei der Verwendung verschiedener Software-Bausteine zum Einsatz kommen kann. Darüber hinaus können besonders rechenintensive Anteile parallel auf verschiedenen Rechnerkernen bearbeitet werden. Ein solches Verfahren für nicht-glatte Mehrkörpersysteme stellt Clauberg in [40] vor.

Ein anderes Mittel zur Reduzierung der Rechenzeit bietet sich auf der Ebene der Integrationsverfahren. Hier sei auf den Überblicksartikel [98] von Laulusa und Bauchau verwiesen. Da die beiden Hauptgruppen, ereignisbasierte und Time-Stepping Integrationsverfahren, Nachteile aufweisen sind sie in ihrer Grundform nur für spezielle Anwendungen zu empfehlen. Modifikationen der Time-Stepping Algorithmen mit Einführung einer Schrittweitensteuerung und Fehlerschätzung findet sich bei Huber [89, 90, 87], Studer [149, 147] sowie Schindler und Acary [131].

Schließlich besteht die Möglichkeit durch eine Kopplung der beiden Integrationsmethoden, sich der Vorteile beider Verfahren zu bedienen und die Nachteile so gut wie möglich zu eliminieren. Ein solcher Ansatz wurde beispielsweise von Huber in [89] verfolgt.

Der in [51, 52, 49] entwickelte Hybride Integrator wird hier systematisch vorgestellt. Ziel dieser Entwicklung ist einerseits eine hohe Robustheit und Eignung für eine Häufung von Kontaktzustandswechseln, die er von Time-Stepping Methoden erbt. Andererseits soll er in glatten Phasen durch eine Diskretisierung höherer Ordnung mitsamt Fehlerschätzung und Schrittweitenkontrolle die Effizienz und Rechenzeitvorteile von ereignisbasierten Verfahren erhalten.

Der Hybride Integrator dient der Demonstration eines robusten und effizienten Lösungsverfahrens für nicht-glatte Mehrkörpersysteme. Er steht im Mittelpunkt der vorliegenden Arbeit, die folgendermaßen aufgebaut ist.

Kapitel 2 setzt sich zunächst mit verschiedenen Modellannahmen für unilaterale Kontakte auseinander. In diesem Zusammenhang wird auf die Unterscheidung zwischen mengen- und einwertigen Kraftgesetzen eingegangen. Die kinematischen Voraussetzungen zur Beschreibung einseitiger Kontakte und verschiedener Reibgesetze bilden die Basis, anhand kinematischer und kinetischer Kenngrößen können Bedingungen für verschiedene Kontaktzustände und deren Übergänge formuliert werden.
Anschließend werden die dynamischen Gleichungen von ungebundenen Mehrkörpersystemen zusammen mit den Nebenbedingungen aus den Kraftgesetzen zusammengebracht. Als Resultat ergeben sich die Bewegungsgleichungen strukturvarianter Mehrkörpersysteme, welche durch numerische Verfahren gelöst werden müssen. Auch hier wird auf verschiedene Darstellungsformen eingegangen, welche eine Anpassung an die gewählten Lösungsverfahren erlauben.

Kapitel 3 bringt die in Kapitel 2 aufgestellten Gleichungen in eine geeignete Form für die numerische Berechnung. Abschnitt 3.1 beginnt dabei mit einem Überblick über die in der Literatur verbreiteten Möglichkeiten, die geometrischen Nebenbedingungen mengenwertiger Kraftgesetze zu formulieren. Dabei wird darauf verwiesen, dass deren Darstellungen, wenn auch analytisch äquivalent, abhängig vom verwendeten Lösungsschema über eine besondere Eignung verfügen. Sie drücken die Nebenbedingungen in passender Form aus.
Diese Lösungsverfahren, die vorwiegend aus zwei verschiedenen Ansätzen entspringen, sind Gegenstand von Abschnitt 3.2. Dabei werden die beiden

Ansätze der ereignisbasierten und Time-Stepping Verfahren näher beleuchtet und miteinander verglichen. Schließlich werden für beide Gruppen spezifische Algorithmen vorgestellt.

Kapitel 4 beinhaltet einen Kopplungsansatz aus den beiden Gruppen. Dieser hieraus entstehende Hybride Integrator bedient sich der Vorteile beider Verfahren. Dabei wird die Funktionsweise und strategische Ausrichtung ausführlich vorgestellt.

Kapitel 5 widmet sich der Implementierung. Zunächst wird die Forschungssoftware MBSim [108] sowie daran gekoppelte Komponenten vorgestellt. Diese dient als Basis zur Umsetzung des Hybriden Integrators, dessen Programmierspezifika hier ebenfalls erläutert werden.

Eine Anwendung der in der Theorie gewonnenen Erkenntnisse wird durch diverse akademische Beispiele in Kapitel 6 vorgenommen. Es folgen Vergleiche zwischen der analytischen und simulierten Lösung sowie der Rechenzeiten. Diese veranschaulichen durch qualitative und quantitative Diagramme die vorgenommenen Aussagen.

Kapitel 7 gibt eine Zusammenfassung und ein Resümee der wichtigsten Aspekte der vorliegenden Arbeit. Abschließend werden noch Erweiterungsansätze als weitere Forschungsmöglichkeiten des vorgestellten Frameworks aufgezeigt.

Maschinenwesen

Bastian Esefeld: **Numerische Integration von Mehrkörpersystemen mit mengenwertigen Kraftgesetzen**
2014 · 140 Seiten · ISBN 978-3-8316-4394-3

Thomas Alt: **Augmented Reality in der Produktion**
2003 · 148 Seiten · ISBN 978-3-8316-0226-1

Jens Ginzel: **Funkenerosives Senken mit Neuro-Fuzzy Prozeßführung und Fehlentladungsbehandlung unter Berücksichtigung der Bahn- und Planetärerosion**
2002 · 147 Seiten · ISBN 978-3-8316-0153-0

Erhältlich im Buchhandel oder direkt beim Verlag:
Herbert Utz Verlag GmbH, München
089-277791-00 · info@utzverlag.de

Gesamtverzeichnis mit mehr als 3000 lieferbaren Titeln: www.utzverlag.de